

Rapport INRIA 1994 — Programme 4  
Approches Fractales pour l'Analyse et la  
Modélisation des Signaux

Avant projet FRACTALES

3 mai 1995



Avant projet FRACTALES

---

# Approches Fractales pour l'Analyse et la Modélisation des Signaux

---

**Localisation :** *Rocquencourt*

**Mots-clés :** algorithme génétique (1, 6, 7), analyse de texture (1, 10), compression d'image (1, 10), cours financiers (1, 9), fractales (1, 3, 5–7, 9, 10), grandes déviations (1, 3, 9, 10), mouvement brownien fractionnaire (1, 6, 9), multifractales (1, 3, 9, 10), ondelettes (1, 5, 6), processus de Lévy (1, 6, 9), processus stable fractionnaire (1, 6, 9), segmentation d'image (1, 10), synthèse de la parole (1, 6), système de fonctions itérées (1, 5–7), trafic routier (1, 9), traitement du signal (1, 6, 9, 10).

## 1 Composition de l'équipe

**Responsable scientifique**

Jacques Lévy Véhel, chargé de recherche, Inria

**Responsable permanent**

Evelyne Lutton, chargée de recherche, Inria

**Secrétariat (avec MASDA)**

Nathalie Gaudechoux

**Ingénieur Expert**

Frédéric Gilbert

**Chercheurs doctorants**

Lotfi Belkacem, boursier Crédit Lyonnais, Université de Paris 9  
Khalid Daoudi, boursier Inria, Université de Paris 9  
Pascal Mignot, boursier Inria, Université d'Orsay, Paris 11  
Romain Peltier, boursier MRT, Université de Paris 6  
Robert Vojak, boursier Inrets, Université de Paris 9

### Stagiaires

Khadidja Benabdallah, (stagiaire de DEA), Université d'Orsay,  
Paris 11, du 15 Mars au 30 Septembre

### I.T.A. (avec LIR, MASDA et SYNTIM)

Jean-Paul Chièze  
Jean-Baptiste Giorgi

### Conseiller scientifique

Yves Meyer, CEREMADE

### Collaborateurs extérieurs

Michel Broniatowski, Université de Reims (depuis Septembre  
1994)  
Christian Walter, Crédit Lyonnais

## 2 Présentation de l'action

L'action *FRACTALES* a pour objectifs de développer des **outils théoriques** appartenant au domaine de l'**analyse fractale** pour traiter des **signaux complexes**, dans des buts de **modélisation** et de **prédiction**.

La géométrie fractale a connu un essor important ces dernières années tant au plan théorique (mise au point de l'analyse multifractale, approfondissement de la théorie des systèmes de fonctions itérées, étude des liens avec les ondelettes, ...) que pratique (on dénombre aujourd'hui environ mille "systèmes fractals" identifiés dans les domaines de la croissance non linéaire, de la percolation, des fronts de diffusion, des polymères, des milieux poreux, des matériaux ultra-divisés, de la turbulence, de l'astronomie, de la géophysique, des sciences économiques, de la médecine, et du traitement du signal).

Au plan théorique, l'action *FRACTALES* se concentre sur les domaines suivants :

- la **théorie multifractale** : extension du formalisme pour l'étude de capacités, étude des corrélations multifractales, définition de capacités ayant des propriétés multifractales prescrites, etc ...
- la **théorie des systèmes de fonctions itérées** (IFS) : résolution du problème inverse pour les ensembles et les mesures, étude de systèmes de fonctions non affines, extension au cas d'un nombre infini de fonctions, optimisation de fonctions irrégulières par algorithmes génétiques etc ...
- les **processus stables et fractionnaires** : simulation et capacité à modéliser certains types de signaux, étude d'équations différentielles stochastiques faisant intervenir un processus stable, généralisation du mouvement Brownien fractionnaire, etc ...

Les résultats de ces études théoriques sont validés sur des applications en **traitement du signal** qui en sont des prolongements naturels. Ces dernières induisent à leur tour de nouveaux développements en fonctions des problèmes rencontrés dans la pratique. Les applications peuvent être classés en deux catégories :

- **Traitement de signaux 1D** : synthèse de la parole, prédiction à court terme du trafic sur le périphérique de Paris et analyse de cours financiers.
- **Traitement de signaux 2D** : segmentation et compression d'images.

## 3 Actions de recherche

### 3.1 Aspects théoriques

#### 3.1.1 Analyse multifractale

*Participants* : Jacques Lévy Véhel, Robert Vojak

L'analyse multifractale, introduite dans les années 80 par des physiciens pour rendre compte de phénomènes apparaissant dans les écoulements turbulents, s'est ensuite développée à la fois sous l'impulsion de physiciens, de mathématiciens et mathématiciens appliqués.

Dans le cadre classique, on définit les quantités suivantes, qui permettent d'effectuer une analyse fine des comportements "singuliers" de mesures :

Soit  $\{(I_{n,j})_{1 \leq j \leq \nu_n}\}_{n \geq 1}$  une suite de partitions de  $[0, 1[$ , en intervalles emboîtés semi-ouverts à droite, telle que  $\forall j, \lim_{n \rightarrow \infty} |I_{n,j}| = 0$  :

On note  $I_n(t)$  l'intervalle  $I_{n,j}$  qui contient  $t$ .

Pour analyser la mesure  $\mu$ , on considère d'abord, pour  $q \in \mathbb{R}$  :

$$\tau_n(q) = \frac{1}{n} \log \sum_{j=0}^{\nu_n-1} \mu(I_{n,j})^q \quad \text{et} \quad \tau(q) = \lim_{n \rightarrow \infty} \tau_n(q)$$

où le  $'$  signifie que la somme est prise sur les  $j$  tels que  $\mu(I_{n,j}) > 0$ .

On note :

$$f_l(\alpha) = \inf_q [q\alpha - \tau(q)] = \tau^*(\alpha)$$

où  $*$  désigne la transformée de Legendre.

D'autre part, soient

$$\alpha_n(x) = \frac{\log \mu(I_n(x))}{\log |I_n(x)|} \quad \text{et} \quad \alpha(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n(x)$$

On définit alors :

$$E_\alpha = \{x / \alpha(x) = \alpha\} \quad \text{et} \quad f_h(\alpha) = \dim_H E_\alpha$$

où  $\dim_H$  est la dimension de Hausdorff.

Finalement, on considère la double limite suivante :

$$f_g(\alpha) = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log N_n^\varepsilon(\alpha)}{\log \nu_n}$$

avec

$$N_n^\varepsilon(\alpha) = \text{card}\{I_{n,j} / \alpha_n(t_{n,j}) \in [\alpha - \varepsilon, \alpha + \varepsilon]\}$$

Le formalisme multifractal s'intéresse alors au lien entre ces diverses fonctions. On sait en particulier que  $f_g, f_h$  et  $f_l$  sont égales quand on a affaire à des mesures dites multiplicatives, mais qu'en général  $f_h$  est inférieure ou égale à  $f_l$ .

Nos travaux se sont développés à partir des questions suivantes :

- est-il possible de définir une analyse multifractale pour des capacités de Choquet, classe plus générale que celle des mesures ?
- est-il possible de prendre en compte plus explicitement la notion de résolution ?
- Peut-on définir une analyse multifractale généralisée, c'est-à-dire par rapport à une mesure autre que la mesure de Lebesgue ?

L'ensemble de nos travaux depuis le début de l'année 1993 a permis de répondre à une bonne partie de ces questions, et de définir un nouveau cadre élargi pour l'analyse multifractale. Brièvement, on sait effectuer maintenant l'analyse multifractale d'une suite de capacités de Choquet par rapport à une classe assez générale de mesures. Le fait de travailler avec une suite permet d'introduire explicitement la résolution dans l'analyse.

Dans ce cadre élargi, on montre que, sous des conditions assez larges,

$$f_h \leq f_g \leq f_l$$

De plus, pour certaines classes de suites de capacités, on a :

$$f_g^{**} = f_h^{**} = f_l$$

Un autre axe de recherche est l'étude des "corrélations multifractales". La question que l'on se pose est la suivante : comment étendre l'analyse multifractale pour rendre compte de statistiques d'ordre plus élevé? Un premier pas est la définition de "bi-spectres", qui généralisent en dimension 2 les quantités  $f_g, f_h$  et  $f_l$ .

### 3.1.2 IFS (Iterated Function Systems)

*Participants* : Khalid Daoudi, Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, Yves Meyer

La théorie des IFS été développée dans les années 80, principalement par Hutchinson, Barnsley, Elton, Vrscay et Forte.

Soit  $K$  un espace métrique compact, et  $H$  le sous-espace des ensembles fermés non vides de  $K$ . Soient  $N$  fonctions continues  $w_n : K \rightarrow K$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ .  $(K, (w_n))$  est appelé un IFS.

Soit  $W : H \rightarrow H$

$$W(A) = \bigcup_n w_n(A).$$

Si les  $w_i$  sont contractantes, l'IFS possède un attracteur unique, i.e. un ensemble tel que  $G = W(G)$ .

La question que nous nous sommes posée se formule très simplement de la façon suivante: soit  $s$  une fonction de  $[0, 1]$  dans  $]0, 1]$ . Sous quelles conditions sur  $s$  existe-t-il une fonction  $f$  de  $[0, 1]$  dans  $\mathbb{R}$  dont le graphe est l'attracteur d'un IFS, telle que la régularité de  $f$ , mesurée en terme

d'exposant de Hölder, en chaque point  $x$  de  $[0, 1]$ , soit exactement  $s(x)$ ? Pour résoudre ce problème, on utilise une généralisation de la théorie où l'ensemble des fonctions contractantes est infini [5]. Le résultat principal est que, dès que  $s$  est continue à gauche, on peut effectivement construire un IFS dont le graphe  $f$  répond à la question.

### 3.1.3 Mouvement Brownien Fractionnaire (MBF)

*Participants* : Lotfi Belkacem, Jacques Lévy Véhel, Romain Peltier

Nous nous sommes penchés sur l'étude du MBF dans l'optique d'améliorer aussi bien les résultats théoriques existants que les applications en traitement du signal.

L'estimateur que nous avons proposé (en collaboration avec P. Deheuvels) part d'une approche fractale d'estimation directe de la dimension. Soient  $k \geq 1$  et  $K > 0$  deux constantes. Considérons le processus échantillonné  $\{X_{i,n} = K^H X_H\left(\frac{i}{n}\right), 0 \leq i \leq n\}$ . Soit:

$$H_{n,K}(k) = -\frac{\log \left[ \sqrt{\pi} S_n(k) / (2^{k/2} \Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)) \right]}{k \log((n-1)/K)}, \quad (1)$$

où  $S_n(k)$  est le moment d'ordre  $k$ .

Alors on montre que, pour tout  $k \geq 1$  et  $K > 0$  :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} H_{n,K}(k) = H \quad \text{presque sûrement} \quad (2)$$

La vitesse de convergence de cet estimateur est en  $O(1/(\sqrt{n} \log n))$  dans la plupart des cas (i.e.  $H < 3/4$ ).

Notre seconde étude statistique de processus fractals est partie de travaux effectués récemment, par exemple par Flandrin *et al.* et Tricot, dans lesquels sont exploités la notion de dimension fractale locale.

Nous avons défini le mouvement Brownien multifractionnaire à partir du mouvement Brownien fractionnaire en remplaçant le paramètre scalaire  $H$  par une fonctionnelle,  $H(t)$ . Nous avons montré que ce nouveau processus conserve ses propriétés de continuité si la fonctionnelle vérifie une condition Höldérienne et nous avons montré que ce processus satisfait bien les propriétés fractales locales attendues, en terme d'irrégularité locale.



## 3.2 Application : signaux 1D

### 3.2.1 Synthèse de la parole

*Participants* : Khalid Daoudi, Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, en collaboration avec le CNET

La méthode du CNET pour la synthèse vocale consiste à segmenter une voix humaine enregistrée, stocker les unités acoustiques obtenues (logatomes) dans un dictionnaire, puis les concaténer pour créer la même voix (algorithme PSOLA).

Nous nous intéressons au problème suivant : comment créer des voix de synthèse sans avoir besoin d'enregistrer tout un dictionnaire ? L'enjeu économique de cette application est important. La création d'un dictionnaire est en effet une étape longue et coûteuse : il faut quelques trois mois pour enregistrer et segmenter les 1200 logatomes nécessaires en Français.

Plus précisément, notre but est de coder chaque diphone d'un dictionnaire par un IFS. Il s'agit donc de déterminer automatiquement, à partir du signal, les éléments composant le code IFS. Nos travaux montrent qu'un IFS peut coder de façon satisfaisante un signal vocal (cette représentation permet en particulier d'effectuer des rééchantillonnages qui respectent la nature du signal). La procédure de synthèse que nous proposons est la suivante : à partir de 2 dictionnaires,

- Trouver l'IFS correspondant à chaque diphone des dictionnaires.
- Faire une interpolation fractale entre chaque diphone des dictionnaires.

Le calcul des IFS peut se faire soit en estimant la régularité locale en chaque point, soit en effectuant une optimisation.

### 3.2.2 Optimisation de fonctions fractales par algorithmes génétiques

*Participants* : Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton

L'intérêt d'employer des Algorithmes génétiques (AG) dans le cadre de l'optimisation de fonctions irrégulières repose sur le fait que ces méthodes effectuent une recherche stochastique dans un espace qui peut

être très large, en faisant évoluer simultanément un ensemble de solutions, contrairement à des méthodes comme le recuit simulé qui font évoluer dans l'espace de recherche une solution unique.

Actuellement, l'ajustement des paramètres de l'AG est principalement fait expérimentalement car on a peu de résultats théoriques : l'étude que nous menons vise à proposer ce type de résultats dans le cas de l'optimisation de fonctions monofractales. Les travaux que nous avons menés fournissent une relation entre les paramètres de l'AG, la dimension fractale de la fonction à optimiser, et la finesse de localisation de l'optimum. Ce résultat a été généralisé à des fonctions non monofractales.

### **Étude de la déceptivité des AG sur des fonctions fractales (stage de DEA de Khadidja Benabdallah - Avril-Septembre 94)**

Cette approche est fondée sur l'analyse de la déceptivité selon Goldberg, que nous appliquons à des fonctions monofractales. Les résultats obtenus jusqu'ici concernent l'influence de l'exposant de Hölder de la fonction monofractale sur le comportement de l'AG.

**Application au problème inverse pour les IFS** On ne sait pas résoudre ce problème en général. Habituellement, on se limite à des fonctions contractantes affines, en nombre fixé. L'utilisation d'un algorithme génétique a permis d'obtenir des solutions satisfaisantes au problème inverse bi-dimensionnel pour les attracteurs (en comparaison notamment avec des techniques fondées sur le recuit simulé).

Nous avons exploité les résultats précédents pour le codage IFS d'un diphone, ce qui permet d'obtenir une représentation fonctionnelle du signal de parole [4]. Un exemple de codage est présenté figure 1.

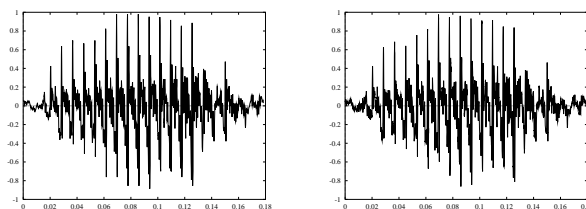


Figure 1 : Voyelle /a/, signal original (à gauche) et reconstruction (à droite) à l'aide d'un codage IFS.

Nous avons amélioré cette technique grâce à l'emploi de la méthode de "sharing" développée dans [13].

### 3.2.3 Prédiction à court terme du trafic sur le périphérique de Paris

*Participants* : Jacques Lévy Véhel, Robert Vojak, en collaboration avec l'INRETS

On considère un tronçon homogène d'une route ou autoroute, et on suppose qu'aucune voiture ne rentre ni ne sort entre les extrémités. Le modèle le plus simple relie alors linéairement la vitesse du flot à la concentration en véhicules. En utilisant ce modèle dans l'équation de continuité, on obtient une équation aux dérivées partielles gouvernant la concentration. Malheureusement, à moins de considérer que les courbes de débits admettent des discontinuités, on obtient des solutions aberrantes.

L'hypothèse de discontinuité revient à prendre comme modèle celui proposé par Whitham. On obtient alors une équation de Burgers. Si on fait tendre la viscosité vers 0 et si la condition initiale est un MBF, alors la structure du trafic reste fractale au cours du temps.

D'autre part, on peut considérer que sur le périphérique de Paris, par exemple, les débits observés sont la conséquence de processus multiplicatifs qui donnent lieu à des mesures extrêmement irrégulières, auxquelles on ne peut appliquer les méthodes classiques.

Nous avons appliqué les résultats de l'étude des corrélations multifractales pour la prédiction à court terme. Dans cette approche, on modélise directement le trafic comme une cascade multiplicative stochastique bruitée. Nous avons dans ce cas calculé de façon théorique le spectre et les corrélations multifractales. Actuellement cette méthode donne à peu près les même taux d'erreurs que les approches classiques pour la prédiction à 10 minutes, soit environ 10%.

### 3.2.4 Analyse de cours financiers

*Participants* : Lotfi Belkacem, Jacques Lévy Véhel, Romain Peltier, en collaboration avec le Crédit Lyonnais

Les buts que se fixe notre étude sont les suivants : modéliser et prévoir les cours d'actifs financiers, modéliser les cours d'options, effectuer la gestion de portefeuilles.

La théorie financière classique fait trois hypothèses assez fortes sur les variations successives des prix des actifs : stricte stationnarité des accroissements du processus aléatoire régissant l'évolution temporelle des rendements, indépendance de ces accroissements, et existence du moment d'ordre 2 des lois marginales du processus. Le modèle induit par ces hypothèses est celui du mouvement Brownien.

Ce qui motive l'introduction d'une approche fractale est que l'observation de la réalité des marchés financiers montre que les deux dernières hypothèses ne sont pas vérifiées en général, ce qui conduit à utiliser des généralisations du mouvement Brownien. On peut envisager deux extensions : une corrélation des accroissements (on utilise alors des mouvements Browniens fractionnaires), ou une variance infinie des accroissements (on considère cette fois des processus  $\alpha$ -stables).

En particulier, la plupart des tests d'ajustement à la loi normale que nous avons effectués avec le Crédit Lyonnais sont rejetés, principalement à cause du phénomène de leptokurticité. Au contraire, les tests d'adéquation à des lois  $\alpha$ -stables semblent indiquer que ces dernières fournissent dans certains cas une modélisation acceptable.

### 3.3 Applications : signaux 2D

*Participants* : Frédéric Gilbert, Jacques Lévy Véhel, Evelyne Lutton, Pascal Mignot

#### 3.3.1 Segmentation d'Images

##### a) Détection de contours

Les approches classiques dans ce domaine supposent généralement qu'une image est la trace discrète d'un processus sous-jacent  $C^1$  par morceaux. En effectuant un filtrage, on peut alors par exemple extraire le gradient du signal, dont les extrema de la norme correspondent à peu près aux contours. Cette conception a plusieurs inconvénients : un filtre donné n'est adapté qu'à un seul type de contours ; le lissage préalable entraîne une perte en localisation ; enfin l'hypothèse d'un processus  $C^1$  par mor-

ceaux sous-jacent n'est pas toujours réaliste : en présence de textures, en particulier, ces détecteurs échouent.

Une alternative est de considérer que l'image induit une mesure connue jusqu'à une résolution fixée et aussi irrégulière que l'on veut, et de quantifier alors ses singularités. L'approche multifractale s'inscrit dans ce cadre. Le principe général est le suivant : à partir des niveaux de gris de l'image, on définit diverses mesures et capacités. On peut alors effectuer une analyse multifractale de ces capacités, et en déduire des informations sur la structure de l'image. Une spécificité de cette approche est qu'elle tient compte à la fois des comportements locaux (via  $\alpha$ ) et globaux (via  $f(\alpha)$ ) [6].

Une formulation Bayésienne de cette approche permet d'obtenir des résultats robustes, en utilisant conjointement plusieurs capacités. Pour améliorer la résistance au bruit, on utilise des méthodes multirésolutions (figure 2).

### **b) Analyse textuelle**

Les méthodes exposées ci dessus ne sont pas adaptées à l'étude d'images fortement texturées. En effet les images texturées génèrent de nombreux faux contours si on applique les méthodes de détection de contours classiques. Ces faux contours sont considérés comme du bruit alors que des textures (donc des informations de région) en sont à l'origine. Dans le cas d'images fortement bruitées, comme les images radar qui nous intéressent particulièrement, il n'existe en général pas de zone pouvant être considérées comme uniforme. Bien plus, le "bruit", qui apparaît sous le forme de textures, est porteur d'information sur le type de région sous-jacent. Dans une optique multifractale, on peut adapter les méthodes décrites ci-dessus, en formulant le problème dans le cadre de la théorie des grandes déviations de niveau 2.

Les logiciels ARTHUR et EXCALIBUR ont été mis à jour (intégration de nouveaux paramètres et de nouvelles fonctionnalités). Ces systèmes sont utilisés dans diverses universités et centres de recherches (INSA de Lyon, Massachusetts Institute of Technology, Michigan University).

### **3.3.2 Compression d'images**

Une technique fractale, désormais classique, pour la compression de signal avec perte, s'appuie sur la théorie des systèmes de fonctions itérées.

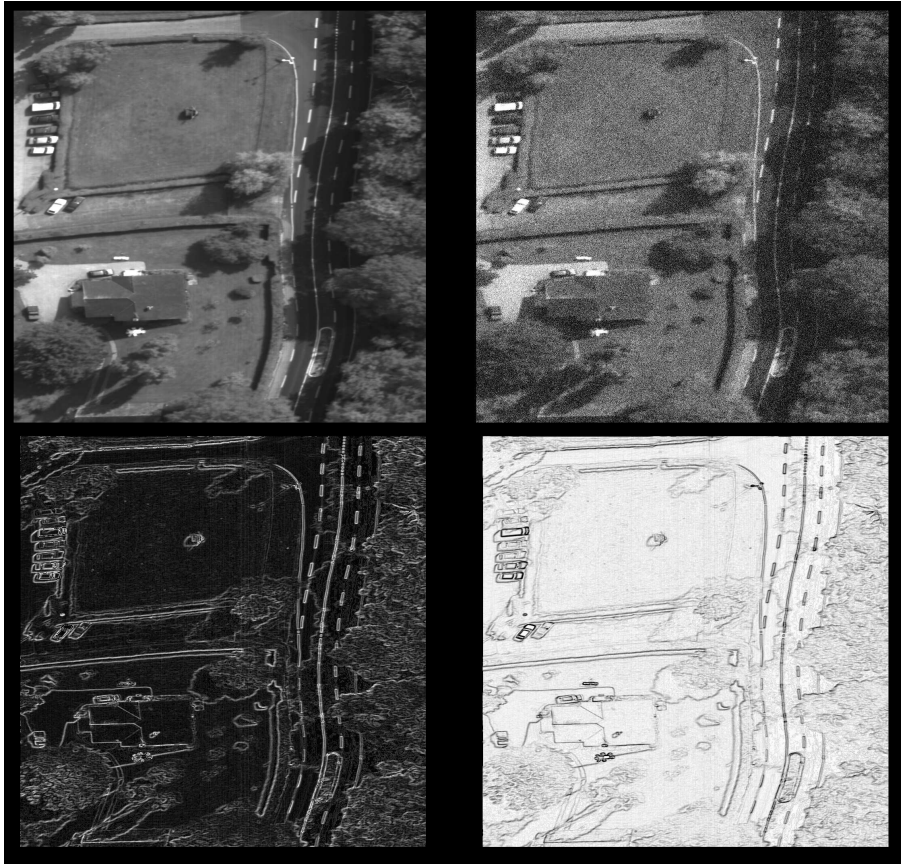


Figure 2 : Image originale (en haut à gauche), image bruitée (en haut à droite), points singuliers (en bas à gauche), points réguliers (en bas à droite), obtenus par propagations des segmentations multifractales.

Nous travaillons dans ce domaine à l'amélioration de certains aspects de la méthode: découpage "intelligent" de l'image, ou choix de fonctions non linéaires pour la mise en correspondance des blocs.

Cependant, le gros de notre activité est consacré au développement d'une méthode totalement différente fondée sur une analyse multifractale fine du signal. Celle-ci est adaptée au cas du traitement asynchrone (le temps de compression est beaucoup plus élevé que le temps de décompression), et devrait nous permettre d'obtenir des taux de compression au moins

deux fois plus élevés que ceux obtenus actuellement par JPEG lorsqu'on ne tolère qu'une très faible dégradation de l'image.

## 4 Actions industrielles

Les sociétés Matra MCS et Dassault Aviation ont acheté des licences d'exploitation des logiciels ARTHUR et EXCALIBUR, commercialisés par l'Inria. Dassault Aviation a aussi acquis une licence d'exploitation du logiciel XAlpha, qui effectue une détection de contours multifractale sur les images.

L'équipe a un contrat avec le CNET pour la synthèse de la parole fondée sur l'utilisation de codes IFS, et avec le Crédit Lyonnais pour l'analyse de cours financiers fondée sur une modélisation par lois  $\alpha$ -stables.

L'action a d'autre part un contrat avec le Ministère de l'Intérieur pour des études en compression multifractale d'images, et avec Alcatel Espace pour la segmentation multifractale d'images radar.

J. Lévy Véhel a effectué une expertise pour Alcatel Alsthom Recherche sur la compression d'images par IFS.

## 5 Actions nationales et internationales

L'action a des collaborations avec :

- Y. Meyer (CEREMADE), qui est conseiller scientifique de l'action et dirige la thèse de K. Daoudi : "Analyse et contrôle des singularités locales de fonctions réelles",
- P. Deheuvels (Université de Paris VI), qui dirige la thèse de R. Peltier sur l'étude du mouvement Brownien fractionnaire et sa généralisation. La collaboration devrait se poursuivre l'année prochaine sur le thème de l'analyse multifractale statistique,
- M. Broniatowski (Université de Reims), sur la théorie des grandes déviations et ses liens avec l'analyse multifractale.

D'un point de vue appliqué, les principales collaborations universitaires sont les suivantes :

- J. Dubois (Institut de Physique du Globe) : étude multifractale de séries temporelles d'occurrences d'éruptions volcaniques (soumission d'un article à une revue de géophysique),

- B. Velde (Laboratoire de géologie de l'ENS): étude fractale de paramètres liés à la fracturation des roches et leur impact sur les problèmes liés à l'environnement,
- F. Paycha (Hôpital Louis Mourier): analyse fractale d'images scintigraphiques du poumon.

Plusieurs collaborations et contacts existent avec des laboratoires à l'étranger : Media-Lab au MIT, Université de Yale, Laboratoire d'Analyse Fractale de l'Ecole Polytechnique de Montréal, Université d'Ottawa. Une convention financée par l'organisme canadien CRSNG est en cours avec des deux dernières équipes.

Jacques Lévy Véhel fait partie du Groupe d'Analyse de la Variabilité Non Linéaire en Géophysique.

## 6 Diffusion des résultats

### 6.1 Séminaires

Nous participons au GDR TDSI, notamment dans les groupes de travail "Champs Markoviens" (où Evelynne Lutton a fait une présentation), "Modèles et Algorithmes pour le Signal" (où Romain Peltier a fait une présentation) et "Compression" (où Jacques Lévy Véhel a fait une présentation). L'équipe est également impliquée dans le PRC "Communication Homme-machine", dans le cadre du projet ORASIS (exposé de Pascal Mignot).

L'action organise d'autre part régulièrement (1 exposé par mois) des conférences sur divers aspects de l'analyse fractale. Les derniers conférenciers invités ont été:

- P. Deheuvels (Université de Paris VI): Fractales et statistiques.
- P. Flandrin (ENS Lyon): Analyse de signaux non stationnaires.
- M. Lapidus (Université de Californie à Riverside): Propagation d'ondes en milieu fractal.
- R. Riedi (Yale): Mesures self-similaires.
- B. Sapoval (Ecole Polytechnique): Interfaces fractales.
- C. Tricot (Ecole Polytechnique de Montréal): Dimension de Packing.



Des comptes rendus de ces conférences seront publiés en rapport interne Inria à la fin 1994.

## 6.2 Conférences invitées

Jacques Lévy Véhel a été conférencier invité à la conférence Gordon sur les Fractals en 1994, et est conférencier invité au symposium en l'honneur des 70 ans de B. Mandelbrot en 1995.

Il a été conférencier invité dans un workshop à l'Institut pour les applications de la Télédétection du Centre Commun de Recherche de la CEE (Ispra).

Il a été président de la session Analyse d'Image à la conférence IFCS en 1993, et de la session Compression Fractale d'Images à la conférence Fractal in Engineering Sciences en 1994.

## 6.3 Jury de thèse

Jacques Lévy Véhel a été rapporteur de la thèse de L. Long, "Fractals Arithmétiques" (1993, Université de Strasbourg, Mathématiques), examinateur de la thèse de J.P. Berroir, "Analyse Multifractale d'Images" (1994, Université de Paris IX, Mathématiques Appliquées), et de celle de C. Walter, "Les Structures du Hasard en Economie" (1994, Institut d'Etudes Politiques).

## 6.4 Participation à des actions d'enseignement

- Jacques Lévy Véhel :

Interventions au Collège de Polytechnique, séminaire sur les Fractales.

Chargé de cours sur les Fractales à l'Ecole Centrale.

Chargé de cours à l'Université de Paris XI en DEA d'informatique, module de vision par ordinateur et robotique.

Chargé de cours à l'INSTN, Option Génie Robotique et Productique, option vision par ordinateur et robotique.

Chargé de cours sur les Fractales à l'ESIEA.

Cours "Jeunes Chercheurs" du CNRS sur les Fractales.

- Evelyne Lutton :  
Chargée de cours sur les Fractales à l'Ecole Centrale.  
Assistante du cours de vision par ordinateur de cinquième année de l'ESIEA.

## 7 Publications

### Livres et monographies

- [1] J. LÉVY VÉHEL, *Analyse Fractale : Applications Récentes*, 1994, INRIA, à paraître.

### Thèses

- [2] J. P. BERROIR, *Analyse multifractale d'images*, thèse de doctorat, Université de Paris IX, December 1993.

### Articles et chapitres de livre

- [3] J. DUBOIS, J. LÉVY VÉHEL, P. SAILHAC, F. GILBERT, «Multifractal Analysis of Time Series : Application to Piton de la Fournaise Volcano», *Journal of Geophysical Research*, 1994, submitted.
- [4] J. LÉVY VÉHEL, K. DAUDI, E. LUTTON, «Fractal Modeling of Speech Signals», *Fractals* 2, 3, September 1994, p. 379–382.
- [5] J. LÉVY VÉHEL, K. DAUDI, «Construction of continuous functions with prescribed local regularity», preprint.
- [6] J. LÉVY VÉHEL, P. MIGNOT, «Multifractal Segmentation of Images», *Fractals* 2, 3, 1994, p. 371–377.
- [7] J. LÉVY VÉHEL, *Fractals in Geoscience and Remote Sensing, Office for Official*, Publications of the European Community, 1994, ch. Multifractal Segmentation of Remotely Sensed Images.
- [8] J. LÉVY VÉHEL, *New Approaches in Classification and Data Analysis, serie : Studies in Classification, Data Analysis and Knowledge Organization*, Springer Verlag, 1994, ch. Medical Image Segmentation with Multifractals.
- [9] R. PELTIER, J. LÉVY VÉHEL, «A new method for estimating the parameter of fractional Brownian motion», *submitted to Statistics and Decision*, 1994.

- [10] R. VOJAK, J. LÉVY VÉHEL, «Predictability of Multiplicative Processes : A Preliminary Study», *Fractals* 2, 3, 1994.

### Communications à des congrès, colloques, etc.

- [11] E. LUTTON, J. LÉVY VÉHEL, «ACTION FRACTALES : Approches Fractales pour l'Analyse et la Modélisation des Signaux : thèmes de recherche autour des algorithmes génétiques», *in : Evolution Artificielle 94*, 1994. Toulouse, France, 19-23 Septembre.
- [12] E. LUTTON, P. MARTINEZ, «Détection de primitives géométriques bi-dimensionnelles dans les images à l'aide d'un algorithme génétique», *in : Evolution Artificielle 94*, 1994. Toulouse, France, 19-23 Septembre.
- [13] E. LUTTON, P. MARTINEZ, «A Genetic Algorithm for the Detection of 2D Geometric Primitives in Images», *in : 12-ICPR*, 1994. Jerusalem, Israel, 9-13 October.
- [14] R. VOJAK, J. LÉVY VÉHEL, «Multifractal Description of Road Traffic Structure», *in : IFAC'94*, 1994. Tanjin (China), August 24-26.

## 8 Abstract

The aim of the *FRACTALES* group is to develop **theoretical tools** in the field of **fractal geometry**, in order to finely analyze **complex signals**, for purposes of **modelization**, **prediction**, and **synthesis**.

More precisely, the *FRACTALES* group is concerned with the following aspects of fractal geometry:

- **multifractal theory**,
- **iterated functions system**,
- **fractional stable processes**.

The applications are numerous. They may be divided into two parts:

- 1D signals:
  - **road traffic analysis**: we model some types of road traffic signals as noisy stochastic multiplicative cascades, and compute multifractal correlations on them,
  - **financial analysis**: we model financial time series as fractional stable processes,
  - **speech synthesis**: we model speech signals as attractors of IFS.

- 2D signals: we have designed a multifractal approach to the problem of **image analysis**. Defining various measures and capacities on an image, we are able to perform robust and precise **image segmentation**, **data fusion**, and **image compression**.

For most of these subjects, the *FRACTALES* group has active collaborations with other research groups in France, Europe and the U.S.A., and industrial contracts with French companies.

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Composition de l'équipe</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Présentation de l'action</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Actions de recherche</b>	<b>3</b>
3.1	Aspects théoriques . . . . .	3
3.1.1	Analyse multifractale . . . . .	3
3.1.2	IFS (Iterated Function Systems) . . . . .	5
3.1.3	Mouvement Brownien Fractionnaire (MBF) . . . . .	6
3.2	Application : signaux 1D . . . . .	7
3.2.1	Synthèse de la parole . . . . .	7
3.2.2	Optimisation de fonctions fractales par algorithmes génétiques . . . . .	7
3.2.3	Prédiction à court terme du trafic sur le périphé- rique de Paris . . . . .	9
3.2.4	Analyse de cours financiers . . . . .	9
3.3	Applications : signaux 2D . . . . .	10
3.3.1	Segmentation d'Images . . . . .	10
3.3.2	Compression d'images . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Actions industrielles</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Actions nationales et internationales</b>	<b>13</b>
<b>6</b>	<b>Diffusion des résultats</b>	<b>14</b>
6.1	Séminaires . . . . .	14
6.2	Conférences invitées . . . . .	15
6.3	Jury de thèse . . . . .	15
6.4	Participation à des actions d'enseignement . . . . .	15
<b>7</b>	<b>Publications</b>	<b>16</b>

**8 Abstract**