Rapport INRIA 1994 — Programme 1

Modélisation et Évaluation des Systèmes Informatiques

PROJET MEVAL

3 mai 1995

PROJET MEVAL

Modélisation et Évaluation des Systèmes Informatiques

Localisation : *Rocquencourt*

Mots-clés : file d'attente (1), interaction locale (1), limite thermodynamique (1), marche aléatoire (1), méthode analytique (1), MEVAL (1), modélisation (1), parallélisme (1), processus stochastique (1), protocole (1), réseau (1), transition de phase (1).

1 Composition de l'équipe

Responsable Scientifique

Guy Fayolle, directeur de recherche, INRIA

Secrétariat

Danièle Moreau

Personnel INRIA

Marc Badel, ingénieur DAT, mis à disposition de Simulog
Christine Fricker, chargé de recherche
Vadim Malyshev, directeur de recherche

Professeurs invités longue durée

Roudolf Iasnogorodski, Université d'Orléans. En sabbatique de Janvier à Septembre 1994

Chercheurs doctorants

Frank Delcoigne
François Dumontet
Jean-Marc Lasgouttes, boursier X

Collaborateurs extérieurs

Pierre Brémaud, ENSTA et SUPELEC
Roudolf Iasnogorodski, Université d'Orléans

2 Présentation du projet

Le but essentiel du projet est de parvenir à une bonne compréhension du comportement de certains systèmes informatiques et téléinformatiques. Deux moyens d'approche complémentaires sont proposés :

- l'élaboration et la résolution de modèles mathématiques ;
- la simulation.

Les compétences acquises par l'équipe ces dernières années couvrent largement les domaines de la *modélisation probabiliste* et de la *simulation*. Les recherches et applications ont concerné principalement les réseaux télématiques, l'architecture des ordinateurs, le parallélisme, les systèmes de gestion de données, le logiciel. Les thèmes de travail présentés dans les sections qui suivent comportent à la fois des aspects méthodologiques et des applications particulières. La démarche scientifique est toujours, à partir de problèmes concrets, de proposer des méthodes et outils de portée générale, permettant d'obtenir des résultats quantitatifs sur le rendement, la stabilité ou le contrôle de telle ou telle structure.

3 Actions de recherche

La plupart des systèmes informatiques et télématiques peuvent être modélisés de façon naturelle et réaliste par un ensemble de stations de service, où les serveurs sont les ressources (logiques ou physiques) du système considéré et où les entités circulant entre les stations représentent les requêtes, messages, programmes partageant ces ressources. La complexité toujours croissante de ces systèmes (distribution, parallélisme, vitesse) a eu plusieurs conséquences importantes :

- une demande de plus en plus forte d'analyse prévisionnelle de performances, afin d'assister les choix de conception et de vérifier le respect de certains objectifs ;
- un impact considérable sur la théorie des réseaux de files d'attente et des grands systèmes, qui vise essentiellement à l'étude de processus aléatoires particuliers mais significatifs (temps de séjour dans un système, nombre de clients ou de messages, régime stationnaire, etc.), sous les hypothèses les plus larges possibles.

Les travaux du projet portent sur la recherche et la mise en oeuvre de méthodes quantitatives d'évaluation. Les principaux outils utilisés sont de nature à la fois analytique et probabiliste : les compétences concernées ont ainsi un spectre assez large. L'évolution des problèmes traités reste toujours guidée par l'apparition d'applications nouvelles. Les recherches sont globalement réparties selon 4 axes principaux, dont l'importance relative varie au fil des temps et qui ont de fortes dépendances mutuelles :

1 *Modélisation de réseaux informatiques et télématiques* ;

2 *Évaluation d'architectures parallèles* ;

3 *Réseaux, marches aléatoires et processus stochastiques* ;

4 *Grands systèmes aléatoires.*

3.1 Modèles de réseaux télématiques

3.1.1 Limite thermodynamique pour les réseaux téléphoniques

Participants : Guy Fayolle, Vadim Malyshev

Soit un réseau téléphonique (RT) à commutation de circuits, considéré en limite *thermodynamique*, c'est à dire lorsque la taille (le graphe) Λ du système augmente. Ce RT, auquel est associé un processus de Markov, est alors vu comme la superposition de deux réseaux. Le premier est à routage fixe et sa mesure invariante tend vers la mesure de Gibbs. Le second, dit réseau *perturbant*, fonctionne sous une charge ϵ (faible en un certain sens), mais il permet des routages généraux (alternatifs, adaptatifs, etc.). En collaboration avec D. Botvich (Univ. de Moscou), G. Fayolle et V.A. Malyshev ont achevé leurs études montrant que, lorsque Λ croît, la mesure invariante du réseau global dépend analytiquement de ϵ, $\forall \epsilon \in [0, \epsilon_0]$. La vitesse de convergence des séries mises en jeu est exponentielle. Le méthode fait appel à des développements en *grappes* (*clusters*) d'un genre nouveau. On prouve notamment [13] qu'il est loisible de permuter les limites (espace-temps)

$$\lim_{\Lambda \nearrow \mathbf{R}^{\nu}} \lim_{t \to \infty} \mathbf{P}_t^{\Lambda,\epsilon}, \quad \lim_{t \to \infty} \lim_{\Lambda \nearrow \mathbf{R}^{\nu}} \mathbf{P}_t^{\Lambda,\epsilon},$$

dans les fonctions de corrélation temporelle. Un logiciel est en cours d'écriture pour l'exploitation numérique des résultats.

3.1.2 Systèmes à *polling*

Les systèmes dits à *polling*, où un serveur unique se partage entre plusieurs stations, selon une politique donnée, font toujours l'objet d'une abondante littérature, à cause de leur vaste champ d'applications. Cependant, les tentatives pour trouver les conditions d'existence de régimes stables restaient peu convaincantes ou limitées à des disciplines particulières. En général, le problème est difficile et s'insère dans le cadre des chaînes de Markov multi-dimensionnelles (cf. § 3.3.1). En outre, il est presque toujours impossible de calculer certaines grandeurs intéressantes, tels par exemple les temps d'attente moyens.

- *Participant* : Christine Fricker

  Un travail mené en collaboration avec R. Jaïbi (Université de Tilburg, Hollande) [9], établissait la condition nécessaire et suffisante de stabilité sous les hypothèses habituelles (les durées de service et de commutation forment une suite de variables indépendantes identiquement distribuées et le processus des arrivées est de Poisson). On considérait un éventail assez large de politiques de service, dites *monotones*, couvrant tous les cas classiques, et le routage du serveur était déterministe (périodique). La démonstration reposait sur des propriétés de monotonie. Elle a été étendue au routage Markovien dans[23], où sont également admises des politiques aléatoires.

- *Participants* : Guy Fayolle, Jean-Marc Lasgouttes

  Dans le cadre de la collaboration avec le programme *Praxitèle* (cf. § 4), on a achevé l'étude du déplacement d'un véhicule sur un graphe. Le modèle proposé se présente comme un système à *polling*, avec routage Markovien dépendant de l'état (présence ou non d'un client à la dernière station visitée) et discipline de service *1-limitée*. Dans [7], on obtient les conditions nécessaires et suffisantes d'ergodicité à l'aide de fonctions de Lyapounov construites sur un système dynamique associé (cf. § 3.3.1 et [21]). De plus, on donne le premier moment du temps d'attente moyen d'un client lorsque le système possède une propriété de symétrie de rotation. L'équation fonctionnelle décrivant l'évolution du processus est analysée à l'aide d'une approche matricielle, fondée sur certaines propriétés des matrices *circulantes*.

3.2 Évaluation de systèmes et architectures parallèles

Participants : MEVAL.

Ce domaine d'activités a démarré depuis quelques années, notamment dans le cadre de contrats avec la DRET. Actuellement, il concerne principalement les systèmes et architectures parallèles complexes et les problèmes de simulation afférents. Plusieurs études sont en cours et on énumère ci-après les points qui seront plus largement développés dans § 4.2.

- Grands réseaux d'interconnexion.
- Modèles probabilistes d'architectures.
- Simulation massivement parallèle. Il est utile de noter que les méthodes classiques de simulation apparaissent insuffisantes à cause de leur durée prohibitive : elles doivent être améliorées du point de vue théorique et certains progrès ont été réalisés dans ce sens.

3.3 Réseaux, marches aléatoires et processus stochastiques

Cette section présente, d'une certaine façon, le ciment méthodologique existant entre les recherches menées au sein du projet.

3.3.1 Classification et théorie constructive des chaînes de Markov dans Z_+^N

Participants : Guy Fayolle, Vadim Malyshev

Si les conditions de non explosion ou de non saturation des réseaux ont un intérêt pratique évident, leur caractérisation à l'aide de formules explicites résiste encore souvent à l'analyse, même pour des dimensions faibles ($N = 2$ ou 3). Cependant, il existe une approche très générale pour obtenir les conditions d'ergodicité pour des marches aléatoires fortement homogènes dans Z_+^N ou dans des domaines similaires, qui donne une explication structurelle globale de la situation, en ramenant le problème de l'ergodicité d'une marche à N dimensions à plusieurs problèmes en dimension $N-1$. Ce champ de recherches, vaste et très vivant, constitue l'un des points d'ancrage du projet (voir les rapports d'activité antérieurs). Ce travail fondamental a reçu un cadre, avec la parution du livre de Fayolle, Malyshev et Menshikov [2], où sont consignés des résultats originaux obtenus dans les domaines précités depuis une vingtaine d'années et qui met l'accent sur les points suivants : critères généraux de classification, construction explicite de fonctions de Lyapounov, idéologie des chaînes *induites*, stabilité, analyticité et convergence exponentielle, réseaux de Jackson.

En dimension $N \geq 3$, de nouveaux résultats montrent qu'il est possible d'obtenir les conditions d'ergodicité pour de vastes classes de réseaux, sans calculer leur mesure invariante (calcul qui, d'ailleurs, est rarement possible). Cette idée, appliquée pour la première fois aux réseaux de Jackson (cf. [2]), repose sur l'utilisation d'équations de flux et des dérives locales pour construire des fonctions de Lyapounov ad hoc. Une extension au cas d'arrivées et services groupés avait été donnée par D. Botvich et A. Zamyatin. Dans [21], on généralise cette approche à des réseaux plus compliqués, lorsque le *deuxième* champ de vecteurs du système dynamique associé satisfait un système fermé d'équations. Alors, la classification s'écrit de façon naturelle en termes de flux. Voir aussi [7] et § 3.1.2 pour une situation plus complexe (routage dépendant de l'état), où le champ de vecteurs précité, calculable par résolution d'un nombre fini de systèmes linéaires, n'est pas nécessairement acyclique.

3.3.2 Chaînes de mots aléatoires

Participant : Vadim Malyshev

Ce travail, amorcé en 1991, a été publié dans [12]. On y propose diverses lois de stabilisation pour l'évolution stochastique de chaînes modifiables à leurs extrémités gauche ou droite. L'idée essentielle est d'obtenir des lois similaires à celles que donnait le changement d'échelle d'Euler (*Euler scaling*) pour des réseaux comportant une seule classe de clients. Cette représentation à base de chaînes est commode et permet de dégager des liens entre des domaines apparemment disjoints : réseaux multi-classes, marches aléatoires sur des groupes (libres non commutatifs, modulaires, etc.), théorie des champs quantiques en dimension 3, biologie macromoléculaire, etc. Diverses études ont été effectuées, en collaboration avec des chercheurs du LLRS (Univ. de Moscou) :

- Une classification complète est proposée dans [10] pour les files *DAPS* (dernier arrivé, premier servi), avec arrivées et services groupés.
- Dans le cadre de l'action DRET (cf. § 4.2), A. Gajrat s'est intéressé au calcul (exécution d'un programme) sur une machine de Turing. Formellement, il s'agit d'une marche aléatoire en milieu non homogène, avec modification de l'environnement. Dans des situations dites non *critiques*, il est montré que le comportement de la particule ne dépend pas de l'état initial du système. Cette propriété n'est plus vraie pour les situations *critiques*.

3.3.3 Stabilité et questions connexes

Participants : Guy Fayolle, Roudolf Iasnogorodski

- Le problème de non ergodicité et de récurrence nulle pour des marches aléatoires dans le quart de plan, lorsque les dérives moyennes sont nulles à l'intérieur de cette région, avait été résolu (cf. RA93). Les sauts ont des moments d'ordre deux finis. On avait donné un critère de récurrence nulle, faisant intervenir la comparaison d'une sous-martingale et d'une sur-martingale. Les fonctions de Lyapounov mises en jeu étaient de la forme $Q^{\delta}(x, y)$, où Q est une forme quadratique. La classification transience versus récurrence, plus délicate, a été obtenue (sous des hypothèses minimales) dans [6] par G. Fayolle, en collaboration avec I.M. Asymont et M. Menshikov de l'Université de Moscou. Les conditions sont *naturelles*, i.e. symétriques des précédentes, mais les fonctions de Lyapounov ne s'expriment pas comme fonctionnelle directe de formes quadratiques.
- L'intégrabilité de certaines fonctionnelles des temps d'atteinte τ_A d'ensembles compacts A, pour des chaînes de Markov, a donné lieu à une série d'analyses très fouillées, effectuées par Iasnogorodski, en collaboration avec S. Aspandiiarov (Université Paris 6) et

M. Menshikov. La motivation venait du rôle important joué par ces moments dans les théorèmes limites concernant ces chaînes. Dans [15], on obtient des critères généraux d'existence de l'espérance $E\tau_A^p$, pour des processus unidimensionnels à dérives asymptotiquement nulles. On en déduit la valeur critique p_0 maximale, telle que $E\tau_A^p < \infty$, $\forall p < p_0$, lorsque l'espace d'états est Z_+^2.
Dans [17, 16], on étend les critères donnés dans [15], afin d'étudier le comportement fin de la *queue* de la distribution de τ_A et, toujours dans Z_+^2, la vitesse de convergence vers la loi stationnaire. Enfin, dans [18], on caractérise la queue des mesures invariantes dans Z_+^2, partant là encore de proposition valables pour des espaces d'états dénombrables .

3.3.4 Vitesse de convergence

Participant : Vadim Malyshev

Déterminer les vitesses exactes de convergence pour des chaînes de Markov à espace d'états dénombrable est essentiellement équivalent à l'étude du spectre de l'opérateur représenté par la matrice de transition. Lorsque celle-ci est finie, il s'agit de calculer sa seconde plus grande valeur propre λ_2 et, même dans ce cas, il n'existe pas de résultats vraiment généraux. Une façon raisonnable d'aborder la question est d'exhiber des encadrements de λ_2. Malheureusement, le problème est très sensible aux paramètres : la modification d'un nombres finis de termes du générateur peut altérer substantiellement la position de λ_2 par rapport au cercle unité. L'idée a donc été, en collaboration avec F.M Spieksma (Université de Leiden), de trouver un paramètre, appelé *vitesse intrinsèque*, qui soit invariant par rapport aux perturbations dans un domaine fini. Les techniques utilisées mélangent l'analyse complexe et les grandes déviations [25].

3.3.5 Grandes déviations

Participant : Vadim Malyshev

On détermine dans [11], en collaboration avec I. Ignatyuk et V. Scherbakov, des expressions explicites des fonctionnelles d'action pour des marches aléatoires dans $Z_+^\nu \times Z^\mu$, homogènes par morceaux. La complexité du problème dépend fortement de la co-dimension des frontières (i.e. ν). On considère uniquement les cas $\nu = 1, 2$. Contrairement à des travaux plus anciens (qui utilisent la convergence vers des équations d'Hamilton-Jacobi), on propose ici une méthode directe. Les formules obtenues sont nouvelles et surprenantes. Elles permettent de tracer des régions de stabilité et d'analyser l'influences des paramètres sur les frontières. Une sorte de transition de phase (dite de *Reynolds*) est observée : la surface séparant les différentes régions peut dépendre ou non des probabilités de transition sur les frontières.

3.3.6 Méthodes analytiques pour les marches aléatoires en dimension $N \geq 2$

Participants : Guy Fayolle, Roudolf Iasnogorodski, Vadim Malyshev

Les marches aléatoires dans Z_+^N sont naturellement isomorphes à des familles de réseaux comportant N files d'attente. Dans le cas $N = 2$, les méthodes de détermination de mesures invariantes (par réduction à des problèmes aux limites, avec des conditions possiblement sous forme intégrale) développées dans l'équipe depuis une quinzaine d'années par Fayolle et Iasnogorodski ont été reprises avec fruit dans certains laboratoires étrangers - notamment J.W. Cohen (Utrecht), I. Mitrani (Newcastle) -, et font l'objet d'études immédiates ou à long terme (Bell Laboratories, IBM Yorktown Heights, Universités du Michigan, d'Ottawa, etc.). Il était inévitable que ces travaux rejoignissent ceux de V.A. Malyshev, menés indépendamment en 1970 à l'Université de Moscou et précurseurs dans le domaine. Depuis trois ans, un livre [1] est en cours de rédaction, par les trois auteurs précités. On y propose notamment :

- Une unification des résultats déjà obtenus ;
- Une classification des cas solubles à l'aide de formules explicites ;
- Des conditions nécessaires et suffisantes pour que les solutions soient algébriques ;
- La liaison avec la géométrie algébrique et la démonstration de l'absence de formes explicites dans le cas général.

L'ouvrage comportera une dizaine de chapitres [Introduction probabiliste, Bases de l'approche analytique, Prolongement analytique des fonctions inconnues, Caractérisation des solutions dans le cas d'un groupe fini, Résolution dans le cas d'un groupe arbitraire, Le genre zéro,

Comportement asymptotique, Cas de sauts arbitraires Diverses généralisations].
Environ 8 chapitres sont rédigés. Les points ci-après ont été plus spécialement abordés cette année.
Dans Z_+^2, lorsque les sauts sont d'amplitude 1, le genre de la surface de Riemann sous-jacente valant 1 et le groupe engendré étant fini, on a reformulé, dans le plan complexe, les conditions nécessaires et suffisantes pour que les fonctions génératrices des mesures invariantes soient algébriques et les solutions ont été complètement caractérisées. La méthode s'appuie sur le célèbre théorème 90 de factorisation de Hilbert et sur une uniformisation au moyen de fonctions elliptiques. Lorsque le groupe a une valeur quelconque, on avait aussi prouvé les conditions d'ergodicité de façon purement analytique, confirmant ainsi une ancienne conjecture [1]. Ceci a permis de donner certaines formes intégrales explicites (selon le comportement sur les frontières), mettant en jeu la fonction de Weierstrass.
Enfin, on a terminé l'étude du genre 0 (problème sur la sphère de Riemann).

3.4 Grands systèmes aléatoires

Le but est d'introduire certains outils modernes, adaptés à l'étude des grands systèmes et issus des progrès en mécanique statistique.

3.4.1 Étude asymptotique de grands réseaux fermés

Participants : Guy Fayolle, Jean-Marc Lasgouttes

On considère un réseau fermé de type BCMP comportant M clients et N noeuds. La question est de trouver des fonctions $M = f(N)$, conduisant, lorsque la taille du réseau augmente ($N \to \infty$), à un *bon* comportement. La problématique est liée à la modélisation de systèmes de véhicules, ainsi qu'à un contrat DRET (cf. § 4.1 et § 4.2). Les méthodes proposées sont probabilistes et font intervenir des formes très générales du théorème limite central. Asymptotiquement il y a indépendance des divers noeuds et trois phénomènes peuvent se produire :
1) forme produit totale (aucune file saturée);
2) certaines files sont saturées (condensation) ;
3) certaines files sont vides.
Les changements d'échelle $f(N)$ sont très directement liés à la variance

de la somme des client dans le système. On généralise ainsi l'étude purement analytique de Malyshev et Yakovlev (cf. RA93) pour les réseaux de Jackson, où on avait $f(N) = \lambda N$. Il est à noter qu'on dispose ainsi d'outils pour optimiser partiellement l'utilisation des ressources du réseau.

3.4.2 Macro-convergence

Participant : Vadim Malyshev

Lorsque la cardinalité N de l'espace d'états est importante, la convergence d'une chaîne de Markov vers sa mesure invariante n'a de signification pratique que pour des ensembles d'états suffisamment grands, appelés *macro-états*. On s'intéresse au temps $T = F(N)$, tel que la probabibilité $P_T(A)$ d'être dans un ensemble A à l'instant T soient arbitrairement proche de la probabilité stationnaire correspondante. Dans [26], en collaboration avec A. Manita (LLRS, Moscou), on étudie plusieurs séquences de chaînes, pour lesquelles on peut estimer $\lambda_2(N)$ (cf. § 3.3.4), lorsque $N \to \infty$. Un exemple est celui des marches homogènes sur un ensemble de N points, extensivement étudiées par Diaconis.

Participant : Christine Fricker

La aussi, on s'intéresse à la vitesse de convergence vers l'état stationnaire d'un système où N clients se déplacent parmi M serveurs : à chaque instant (temps discret), un serveur est choisi uniformément parmi les serveurs occupés ; un des clients en attente est alors servi, qui se dirige ensuite vers l'un des $M - 1$ autres serveurs. On aimerait connaître l'ordre de convergence quand M et N croissent et le comparer à la politique où les clients seraient redistribués sur les serveurs voisins (serveurs sur un cercle). Des techniques de graphes (Diaconis-Strook) permettant d'avoir une borne pour $\lambda_2(M, N)$. La borne est polynômiale lorsque M ou N reste fixe, mais elle semble plus difficile à obtenir lorsque les deux paramètres augmentent, avec $\frac{M}{N} \to \alpha$. Ce travail fait l'objet d'une collaboration avec Danielle Tibi (Université Paris 7) et Ph. Robert (projet ALGO).

3.5 Logiciel de réseaux de files d'attente : MODLINE

Participant : Marc Badel

Le logiciel QNAP2 développé initialement de façon conjointe par l'INRIA et BULL, est commercialisé par la société SIMULOG, filiale de L'INRIA, et intégré dans l'environnement plus vaste MODLINE.
M. Badel remplit auprès de SIMULOG un rôle de conseil pour la définition et la conception des nouveaux développements à entreprendre, ainsi que pour la maintenance. Cette année, il a accru les fonctionnalités de QNAP2 comme suit :

- Poursuite des travaux destinés à permettre l'exécution en parallèle de simulations indépendantes sur plusieurs processeurs, tout en regroupant les traitements statistiques finaux sur un même processeur.
- Différentes extensions des mécanismes de prise automatique de statistiques dans QNAP2 ont été effectuées, qui doivent permettre l'intégration de nouvelles capacités.

4 Actions industrielles

Participants : MEVAL.

4.1 PRAXITÈLE

Le programme *Praxitèle* a donné lieu en 1993 à un consortium industriel regroupant l'INRIA, l'INRETS, la CGEA, DASSAULT, EDF et RENAULT. Il s'agit d'étudier et de promouvoir un nouveau mode de transport public, basé sur l'utilisation de petits véhicules urbains, de préférence électriques, dont le parc serait géré par un système informatique s'appuyant sur un réseau de télécommunications.
Une relation contractuelle a été établie avec MEVAL, issue d'une proposition intitulée *Problèmes de modélisation mathématique pour la conception de réseaux de véhicules électriques à usage collectif.* Outre les modèles, les travaux envisagés comportent un chapitre sur la conception de simulations rapides. Cette thématique, vaste et intéressante, inclut également des équipes du centre scientifique franco-russe A.M Lyapounov, créé en 1993. À cet effet, un programme commun sur les objectifs à moyen terme a été rédigé par L. Afanassieva (Université de Moscou),

G. Fayolle, M. Parent (*Praxitèle*) et V.A. Malyshev. Les actions suivantes ont été menées :

(**a**) Afin de réaliser un logiciel d'aide à la gestion et au dimensionnement du réseau *Praxitèle*, F. Dumontet a œuvré dans deux directions. D'abord, il a développé un outil de simulation, écrit en QNAP2 : à partir d'un grand nombre de variables (nombre de stations, de voitures, taille des parkings, matrices de routage origine-destination, durée de parcours fonction du temps, etc.), il est possible de tester et de valider diverses politiques de gestion du réseau. Ensuite, un algorithme original, en cours de test, a été proposé pour traiter les *haut-le-pied* (i.e. les voyages à vide pour répartir les véhicules libres).
(**b**) Les études issues de [7, 20], qui ont déjà été présentées dans les sections 3.1.2 et 3.4.
(**c**) Un modèle permettant de calculer les pertes de clients potentiels a été conçu par G. Fayolle, en collaboration avec L. Afanassieva et L. Nazarov (Université de Moscou ; invités conjointement par MEVAL et *Praxitèle*). L'approche met en jeu des réseaux à forme produit, avec paramètres dépendant du temps [14]. On calcule mathématiquement et par programme les probabilités de pertes de clients.
(**d**) Un logiciel, dénommé *Tirion*, a été écrit par E. Ginzburg, S. Popov et S. Volkov (Centre Lyapounov) et installé sur IBM-PC. Il permet de simuler l'évolution de taxis sur un graphe quelconque, spécifié par l'utilisateur. Les entrées-sorties sont graphiques.

4.2 DRET

Une action de recherche *Coopération Franco-Russe en Modélisation de grands systèmes informatiques*, appuyée par la DRET, avait donné lieu à une convention d'une durée de 18 mois, signée en Juin 1993, et donc en cours d'achèvement. Elle était placée sous la responsabilité scientifique de G. Fayolle et V. Malyshev et s'articulait autour de deux axes principaux :

A) Développement de méthodes générales pour l'analyse et la conception de systèmes aléatoires de grande taille, notamment de réseaux téléinformatiques ;

B) Partage de la mémoire dans les architectures de type supercalculateurs, sur la base de modèles analytiques.

Les travaux ont été effectués par le projet MEVAL et par le LLRS (*Laboratory of Large Random Systems*) de l'Université de Moscou, dont V.

Malyshev est conseiller scientifique. Le volume de synthèse final contient les éléments suivants :

4.2.1 Partie A

A1 *Stabilité de chaînes contrôlées.* Souvent, dans des réseaux *conservatifs*, certains paramètres (par exemple des taux de service) peuvent varier selon les états d'une chaine de Markov exogène. On donne dans [21] les conditions d'ergodicité suivant les méthodes du § 3.3.1.

A2 *Comportement asymptotique de grands réseaux fermés.* Dans deux études spécifiques sur les réseaux à forme produit (cf. § 3.3.6), où les nombres de noeuds et de clients croissent simultanément, on a mis en évidence des phénomènes nouveaux de condensation et de transition de phase. Concrètement il devient possible d'optimiser le fonctionnement d'un système donné, en évitant les saturations partielles.

A3 *Réseaux avec pertes.* Le contexte principal est ici celui des télécommunications. On propose des algorithmes constructifs pour calculer les probabilités de perte d'information. L'article [13] a été présenté dans la section 3.1.1. Partant d'une approche similaire, des réseaux dits *à répartition de travail* ont été analysés dans [27] : Lorsqu'une demande arrive sur un site occupé x, elle peut être traitée sur l'un des sites appartenant à un voisinage B_x de x. La probabilité de perte q_x est de la forme

$$q_x = C_x \lambda^{d_x+1} + o(\lambda^{d_x+1}),$$

où d_x représente la cardinalité de B_x. Un logiciel a été réalisé sur IBM-PC.

4.2.2 Partie B

B1 *Simulation parallèle.* Soit un systèmes comportant un N sites (processeurs, bancs mémoire, etc.). Chaque site i est muni d'un temps local $z_t(i)$ et doit se synchroniser avec ses voisins, lesquels sont choisis dans un ensemble $Y_t(i)$, a priori aléatoire. Il est montré que, sous des hypothèses de symétrie, le tems d'exécution moyen vérifie $E[z_t(i)] = Ct$, où C est une constante. On donne également la variance. Ce travail a été réalisé avec la participation de A. Greenberg (AT&T, Murray Hill, USA).

B2 *Réseaux d'interconnexion.* Deux classes de problèmes ont été abordés :
(i) Soit M processeurs et N bancs mémoire, avec $M = cN$. On analyse les phénomènes qualitatifs qui apparaissent, selon divers changements d'échelle temporels. Ainsi, exemple, si on suppose qu'initialement les demandes issues des processeurs sont toutes placées sur le même banc, on cherche la fonction $t = \phi(N)$ telle que, lorsque N croît, le nombre de demandes à chaque banc reste borné : on parle alors de la limite *cinétique*. Une autre notion importante (déjà implicitement évoquée dans § 3.3.1) est le changement d'échelle *hydrodynamique*, qui donne des indications sur la convergence vers les éventuels états stationnaires.
(ii) Pour certains réseaux d'interconnexion avec tampons aux commutateurs intermédiaires, on obtient, par de nouvelles techniques, la fonction $W = F(S)$, liant le temps d'attente moyen W au nombre de connexions S dans le commutateur.

B3 *Références mémoire.* Le contenu théorique a été décrit dans le § 3.3.2. La mémoire est vue comme le ruban d'une machine de Turing. On effectue une opération sur le contenu d'une cellule et on le place dans un ensemble voisin. On considère principalement des modèles à références simples.

B4 *Modèles probabilistes d'architectures.* Si les liens entre les architectures modulaires (vues comme des grappes de sous-systèmes) et les réseaux de files avec plusieurs types de priorités sont bien connus, aucune formulation précise n'existait dans la littérature pour de tels modèles : on en a proposé une, dans [22], ainsi qu'une approche générale (basée sur l'équivalence avec des systèmes dynamiques) pour traiter ces réseaux. Dans une première étape, ces résultats ont été appliqués à des structures mono-bus.

Une dizaine de chercheurs (cf. § 5.1.4) ont participé à la réalisation de l'ensemble des travaux.

5 Actions extérieures

5.1 Actions Internationales

5.1.1 Centre Franco-Russe

G. Fayolle et V. Malyshev participent *activement* à l'organisation et aux activités du centre *A.M. Lyapunov*, situé au sein de l'Université de Moscou et officiellement inauguré le 19 Décembre 1993. Ils sont membres du conseil scientifique et co-responsables du Projet 3, pour lequel ils ont organisé un séminaire (Moscou, Juillet).

5.1.2 Invitations

- G. Fayolle et V. Malyshev ont été invités une semaine à l'*Institute for Mathematics and its Applications, Univ. of Minnesota* et une semaine à Oberwolfach.
- G. Fayolle a reçu plusieurs invitations des universités de Moscou, de Newscastle, ainsi que des *Bell Laboratories* (Murray Hill)
- V. Malyshev a passé une semaine en Allemagne, à l'Université de la Ruhr (Bochum) et au département de Physique de l'Université de Bielefeld).

5.1.3 Comités de programmes et d'édition de revues

- G. Fayolle est membre du comité d'édition de la revue QUESTA (*Queueing Systems : Theory and Applications*, éditeur en chef N.U. Prabhu, publié par J.C. Baltzer Scientific Publishing Company).
- V. Malyshev fait partie du comité d'édition de la revue *Problems of Information Transmission*, publiée par l'Académie des Sciences de Russie.
- G. Fayolle et V. Malyshev étaient membres du comité scientifique de 11^{th} *International Conference on Analysis and Optimization of Systems* (Sophia-Antipolis, 15-17 Juin 1994), où ils ont organisé une session sur la stabilité des réseaux.

5.1.4 Visites de chercheurs et professeurs étrangers

(i) Visites de durée ≥ 1 semaine.

- L. Afanassieva, D. Botvich, A. Gajrat, A. Manita, M. Menshikov, E. Petrova, V. Scherbakov, A. Zamiatin (Université de Moscou), 1 mois ;
- A.A Borovkov (Académie des Sciences, Novossibirsk), 1 semaine ;
- R. Jaibi (Université de Tilburg, Hollande), 1 semaine ;
- A. Rybko (IPPI, Académie des Sciences, Moscou) ;
- R. Williams (University of California, San Diego), 2 semaines.

(ii) Visites brèves et conférenciers.

Le projet a également reçu A. Shiryaev (Steklov Institute), M. Taksar (Université de New York, Stony Brook), P. Wright (AT&T, Murray Hill), F. Spieksma (Université de Leiden, Hollande).

5.1.5 Divers

G. Fayolle est membre du groupe de travail IFIP WG 7.3 et responsable du thème 6 (Modélisation et Algorithmes) de la coopération scientifique franco-russe, dont l'INRIA est l'organisme pilote.

G. Fayolle et V. Malyshev sont membres de la *New York Academy of Sciences*.

5.2 Actions nationales

Liaisons avec d'autres projets et programmes de l'INRIA

- ALGO (*Algorithmes*, Ph. Flajolet, Ph. Jacquet) ;
- MISTRAL (*Modélisation ...*, Sophia-Antipolis) ;
- META2 (*Meta-Automatique et Méthodes pour l'Automatique*, J.P. Quadrat, G. Cohen) ;
- SOSSO (*Applications et Outils de l'Automatique*, J. Henry, M. Sorine, J-P. Yvon) ;
- IDENT (*Estimations de Paramètres et Applications Industrielles*, P. Joly) ;
- REFLECS (*Systèmes Informatiques Répartis Temps Réel*, G. Le Lann, P. Mühlethaler) ;
- CAPS (*Archtectures Parallèles*, A. Seznec, W. Jalby) ;
- PRAXITÈLE (M. Parent).

Coopération INRIA/Universités

- Université d'Orléans (R. Iasnogorodski) ;
- Laboratoire de calcul des Probabilités de Paris 6 (J. Jacod) ;
- École Polytechnique (J. Neveu) ;
- EHEI, Université Paris 5 (E. Gelenbe) ;
- SUPELEC et ENSTA (P. Brémaud) ;
- ENST (H. Korezlioglu)

6 Diffusion des résultats

6.1 Participation aux manifestations

Les résultats obtenus dans l'équipe ont été diffusés dans les principaux colloques concernant le domaine et ont fait l'objet de conférences et d'invitations dans plusieurs centres de recherche. On ne cite que les éléments principaux.

- G. Fayolle et V. Malyshev ont été conférenciers invités à l'*IMA workshop : Stochastic Networks, Univ. of Minnesota, Fév. 28, Mars 4* ; à Oberwolfach *Applied Probability, 4-10 Décembre* ; au séminaire *Stability and Geometric Ergodicity, Univ. de Leiden, 25-29 Avril.* Il ont aussi fait des exposés aux séminaires du centre *A.M. Lyapounov.*
- L'étude [23] a été présentée à *Stochastic Processes and their Applications, Amsterdam, 21-27 Juin.*
- V. Malyshev a donné plusieurs conférences à l'École Polytechnique, à la 11^{th} *International Conference on Analysis and Optimization of Systems* (Sophia-Antipolis, 15-17 Juin 1994) et en Allemagne.

6.2 Enseignement universitaire

G. Fayolle est chargé de cours au DEA de Paris VI, filière *Probabilités et Applications.* Il y enseigne le module *Théorie constructive des chaînes de Markov,* issu de [2].

L'équipe compte trois thésards : F. Dumontet, F. Delcoigne et J.M. Lasgouttes.

6.2.1 Séminaires

Un séminaire, commun avec le projet META2 et organisé par Ch. Fricker et M. Akian, fonctionne régulièrement selon une fréquence à peu près hebdomadaire.

6.2.2 Jurys de thèse

G. Fayolle et R. Iasnogorodski étaient respectivement rapporteur et directeur scientifique de la thèse de A. Yakovlev [5] ; V. Malyshev était examinateur dans la thèse précédente, ainsi que dans celle de S. Aspandiiarov [4].

7 Publications

Livres et monographies

[1] G. Fayolle, R. Iasnogorodski, V. Malyshev, *Random walks in the Quarter Plane*, Springer-Verlag, Applications of Mathematics., À paraître.

[2] G. Fayolle, V. Malyshev, M. Menshikov, *Topics in the Constructive Theory of Countable Markov Chains. I: Lyapounov functions*, Cambridge University Press, À paraître.

[3] V. Malyshev, R. Minlos, *Linear Operators in Infinite Particle Systems.*, Nauka-Polymath, Moscou., 1994, En russe.

Thèses

[4] S. Aspandiiarov, *Quelques propriétés des chaines de Markov et du mouvement Brownien*, Thèse de doctorat, Université Paris VI, 4 Novembre 1994.

[5] A. Yakovlev, *Étude Asymptotique de grands réseaux stochastiques fermés*, Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 31 Mai 1994.

Articles et chapitres de livre

[6] I. Asymont, G. Fayolle, M. Menshikov, « Random walks in a quarter plane with zero drifts: Transience and recurrence », *Journal of Applied Probability*, À paraître. Cf. Rapport de Recherche INRIA $N^0$2209, Mars 1994.

[7] G. Fayolle, J. Lasgouttes, « A State-dependent polling model with Markovian routing », *The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Stochastic Networks 71*, 1995, F.P. Kelly and R. Williams (Eds.) Publisher Springer-Verlag. À paraître. Voir Rapport de recherche INRIA *N*2279, Juin 1994.

[8] C. Fricker, « On memory contention in vector-multiprocessors », *IEEE Transactions on Computers*, À paraître.

[9] C. Fricker, R. Jaïbi, « Monotonicity and stability of periodic polling models », *Queueing Systems : Theory and Applications 15*, 1–4, 1994.

[10] A. Gajrat, V. Malyshev, M. Menshikov, K. Pelih, « Classification of Markov chains describing the evolution of random strings », *Uspekhi Math. Nauk 50*, 2, À paraître.

[11] I. Ignatyuk, V. Malyshev, V. Scherbakov, « Boundary effects in large deviations problems », *Uspekhi Math. Nauk 49*, 2, 1994, p. 43–102.

[12] V. Malyshev, « Evolution of random strings: Stabilisation laws », *Problems of Information Transmission 30*, 3, 1994, p. 87–103.

Communications à des congrès, colloques, etc.

[13] D. Botvich, G. Fayolle, V. Malyshev, « Thermodynamic limit for reliable telephone networks », *in : 11th Int. Conf. on Analysis and Optimization of Systems, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 199, Springer-Verlag, p. 465–489, Sophia-Antipolis, June 1994.

Rapports de recherche et publications internes

[14] L. Afanassieva, G. Fayolle, L. Nazarov, « Loss networks as models for service vehicle networks », *rapport de recherche*, INRIA, À paraître.

[15] S. Aspandiiarov, R. Iasnogorodski, M. Menshikov, « Passage-time moments for non-negative stochastic processes and an application to reflected random walks in a quadrant », *rapport de recherche n°237*, Université Paris VI, Laboratoire de Probabilités, 1994.

[16] S. Aspandiiarov, R. Iasnogorodski, « General criteria for integrability of functions of passage-times for non-negative stochastic processes », *rapport de recherche n°258*, Université Paris VI, Laboratoire de Probabilités, 1994.

[17] S. Aspandiiarov, R. Iasnogorodski, « Tails of passage-times for non-negative stochastic processes and an application to stochastic processes with boundary reflection in a wedge », *rapport de recherche n°251*, Université Paris VI, Laboratoire de Probabilités, 1994.

[18] S. Aspandiiarov, R. Iasnogorodski, « Tails of stationary distributions of countable Markov chains », *Rapport de recherche*, INRIA, 1994, En préparation.

[19] D. Botvich, A. Zamyatin, « On fluid approximation for stable networks », *Rapport de recherche n° 2230*, INRIA, Mars 1994.

[20] G. Fayolle, J. Lasgouttes, « Asymptotic behaviour of large BCMP networks », *Rapport de recherche*, INRIA, À paraître.

[21] G. Fayolle, A. Zamyatin, « Controlled random walks in $\mathbf{Z}_+^N$ and applications to queueing systems », *Rapport de recherche*, INRIA, 1994, À paraître.

[22] A. Filin, V. Malyshev, A. Manita, « Probabilistic models for computer architectures », *Rapport de recherche n° 2419*, INRIA, Novembre 1994.

[23] C. Fricker, R. Jaïbi, « Stability of polling models with Markovian routing », *Rapport de recherche n° 2278*, INRIA, Mai 1994.

[24] F. Karpelevich, V. Malyshev, S. Rybko, « Stochastic evolution of neural networks », *Rapport de recherche*, INRIA, À paraître.

[25] V. Malyshev, F. Spieksma, « Intrinsic convergence rates of countable Markov Chains », *IMA Preprint Series n° 1247*, Institute for Mathematics and its Applications, University of Minnesota, July 1994.

[26] A. Manita, V. Malyshev, « Macro-convergence in large finite Markov Chains », *rapport de recherche*, Université de Moscou, 1994, À paraître.

[27] E. Petrova, S. Popov, « Super-reliable loss networks », *Rapport de recherche n° 2277*, INRIA, 1994.

8 Abstract

The main objective of the project "Modeling and Performance Evaluation" is to provide insight into the behavior of computer and telecommunication systems. Two complementary approaches are proposed, the emphasis being really laid on the first one:

- *Stochastic modeling.*
- *Simulation.*

Starting from real-world problems, we strive to develop general methods and tools for the analysis of efficiency, stability and control of a wide class of systems. The selection of problems is, to a large extent, driven by new applications as they arise (for instance, recently, public service vehicle networks). With stochastic processes, queueing theory and analytic

methods (functions of several complex variables) as basic theoretical tools, four areas of research are currently pursued:

1. Models of telecommunication systems (protocols, random-access algorithms, etc.);
2. models of parallel and distributed architectures;
3. queueing networks and random walks (models, package QNAP2);
4. large random systems and connections with statistical mechanics.

Table des matières