

*Projet smash**Simulation, modélisation et analyse de
systèmes hétérogènes en mécanique**Sophia Antipolis*

THÈME 4B

 *R* **apport
d'Activité**

2002

Table des matières

1. Composition de l'équipe	1
2. Présentation et objectifs généraux	1
3. Fondements scientifiques	2
3.1. Modélisation des milieux multifluides et multiphasiques	2
3.2. Méthodes d'approximation	3
3.3. Algorithmes de résolution	4
4. Domaines d'application	4
4.1. Panorama	4
4.2. Industries du transport	4
4.3. Industries de l'énergie	5
4.4. Autres applications	5
6. Résultats nouveaux	5
6.1. Modélisation	5
6.1.1. Modélisation multiphasique avec transfert de masse	5
6.1.2. Modèle hyperbolique réduit à 5 équations	6
6.1.3. Stabilité des écoulements à bulles	6
6.1.4. Modélisation de la tension superficielle	6
6.1.5. Ecoulements dilués	6
6.1.6. Modélisation d'écoulements turbulents instationnaires	7
6.1.7. Acoustique dans les écoulements rapides	8
6.2. Approximation	8
6.2.1. Méthodes de relaxation des pressions	8
6.2.2. Ecoulements à faible nombre de Mach	9
6.2.3. Etude de schémas de relaxation de type BGK	9
6.2.4. Adaptation de maillage en CFD	9
6.2.5. Adaptation de maillage pour les problèmes d'interfaces	10
6.3. Méthodes multigrilles	10
6.3.1. Génération automatique de maillages grossiers anisotropes	10
6.3.2. Méthode multigrille volumes finis par correction des flux	10
6.3.3. Parallélisation d'un code de calcul de feux de forêts	11
7. Contrats industriels	11
7.1. Ecoulement dans les conduites pétrolières	11
7.2. Ecoulements multiphasiques à faible nombre de Mach	11
7.3. Instationnarités et structures à grande échelle dans des interactions onde de choc couche limite avec décollement du Comité d'Orientation Supersonique du Ministère de la Recherche (COS)	11
7.4. Dassault-SPAe Multigrille	11
8. Actions régionales, nationales et internationales	12
8.1. Actions nationales et régionales	12
8.1.1. ARC Diphasique	12
8.1.2. ACI-GRID « MECAGRID »	12
8.2. Relations bilatérales internationales	12
8.3. Accueils de chercheurs étrangers	12
9. Diffusion des résultats	12
9.1. Enseignement universitaire	12
9.2. Thèses et Stages	13
9.3. Animation de la recherche	13
9.4. Participation à des colloques, séminaires, invitations	13

10. Bibliographie**13**

1. Composition de l'équipe

Responsable scientifique

Hervé Guillard [DR]

Assistante de projet

Montserrat Derrier

Personnel INRIA

Alain Dervieux [DR temps partiel]

Marie-Hélène Lallemand [CR]

Personnel Université de Provence

Eric Daniel [Professeur]

Thierry Gallouet [Professeur]

Raphaële Herbin [Professeur]

Jacques Massoni [Maître de Conférences]

Richard Saurel [Professeur]

Chercheurs invités

Vladimir Teshukov [Institut Lavrentyev d'hydrodynamique, Novosibirsk, du 01/05 au 01/08]

Chercheurs post-doctorants

Ales Janka [du 01/03 au 31/12]

Idress Ahmad [du 12/03 au 12/12]

Chercheurs doctorants

Ashwin Chinayya [allocataire MESR]

Olivier LeMetayer [allocataire Renault]

Ales Janka [allocataire EGIDE jusqu'au 28/02]

Guillaume Perrigaud [boursier CIFRE/IFP]

Angelo Murrone [allocataire CEA/région PACA]

Conseillers scientifiques

Thierry Coupez [Maître Assistant, ENSMP]

Serguey Gavriluk [Professeur, Université Aix-Marseille III]

Philippe Helluy [Maître de Conférences, Université de Toulon et du Var depuis le 01/11/2002]

Stagiaires

Alix Prudhomme [DEA Math. Appli, Université de Bordeaux I, du 25/02/2002 au 02/08/2002]

Alexandre Ghiglione [DEA Dynamique non-linéaire, UNSA, du 26/02 au 26/06 2002]

Stéphanie Nicolas [DEA Mécanique Université de Provence, du 18/02 au 19/07 2002]

2. Présentation et objectifs généraux

SMASH est un projet commun INRIA et Université de Provence. Le projet travaille sur des problèmes liés à la modélisation mathématique et numérique d'écoulements très hétérogènes tels les milieux multiphasiques, les matériaux granulaires ou les écoulements réactifs avec transferts de masse. Les thèmes scientifiques concernent la mise au point de modèles pour ces écoulements, la construction et l'analyse de méthodes de discrétisation pour leur simulation numérique ainsi que l'implémentation algorithmique de ces méthodes sur calculateurs parallèles notamment par des techniques multigrilles ou de décomposition de domaine.

Les écoulements diphasiques constituent le domaine d'application principal du projet SMASH. Leur simulation est abordée au travers de modèles à deux vitesses et deux pressions, voire pour quelques cas simplifiés par des modèles d'écoulements dilués.

Une originalité des recherches menées dans le projet consiste à traiter les problèmes à interfaces (écoulements multifluides) comme un écoulement diphasique, c'est à dire que les deux milieux ne sont plus décrits par des

modèles différents avec une représentation explicite de l'interface mais par un modèle Eulérien diphasique unique. Cette approche permet de s'affranchir de difficultés numériques sévères dues aux discontinuités des lois d'état à la traversée des interfaces.

Les domaines d'applications sont nombreux et concernent les industries du nucléaire ou du pétrole, l'automobile ou les feux de forêt. Certaines modélisations numériques développées dans le projet trouvent aussi des applications dans des domaines aussi divers que l'astrophysique ou la détonique.

3. Fondements scientifiques

3.1. Modélisation des milieux multifluides et multiphasiques

Mots clés : *modèles diphasiques, Principe de Hamilton, modèles de mélange, Interfaces.*

A un niveau de description microscopique, un milieu hétérogène est constitué par des matériaux ayant des propriétés physiques très différentes. Pour des raisons pratiques (un m^3 de brouillard contient de l'ordre de 10^8 à 10^{12} gouttelettes) ou numériques, il n'est pas possible de décrire ce milieu en représentant chacune de ces entités élémentaires individuellement. La démarche de modélisation consiste à remplacer ce milieu par un milieu mélangé qui aurait idéalement les mêmes propriétés moyennes.

Les écoulements qui nous intéressent sont caractérisés par la présence, à l'échelle microscopique, d'interfaces entre deux milieux fluides bien distincts et identifiés. Deux manières de traiter ces milieux sont alors possibles.

Dans la première où l'on parlera d'écoulements *multifluides*, la description du fluide est réalisée à l'échelle des hétérogénéités. Le modèle mathématique pour ce type d'écoulement est en fait très simple : il est constitué des équations d'Euler, de Navier Stokes, ou celles des solides élastiques/plastiques qui décrivent chaque milieu. Le seul point délicat concerne la description des interfaces ainsi que les énormes discontinuités des paramètres physiques qui caractérisent les milieux en présence.

Cette description à l'échelle fine ne peut être adoptée lorsque les interfaces sont trop nombreuses pour être décrites individuellement. On adopte alors une description du milieu que l'on qualifie de *multiphasique*. Typiquement, un écoulement multiphasique contient 10^8 à 10^{12} particules ou autres entités élémentaires par mètre cube, et donc autant d'interfaces. C'est pourquoi on développe généralement des modèles spécifiques pour décrire ces milieux. Ces modèles s'éloignent fortement des modèles classiques d'Euler ou de Navier Stokes.

La mise au point de ces modèles multiphasiques peut reposer sur plusieurs techniques.

La première, décrite en détail dans [30] est très similaire aux techniques de moyennes utilisées en modélisation statistique de la turbulence. Comme ces dernières, elle se traduit par des systèmes d'équations ouverts (qui contiennent plus d'inconnues que d'équations). La fermeture de ces systèmes d'équations repose alors sur des hypothèses physiques concernant le comportement des petites échelles. Un bon exemple de ce type de modèle est le modèle à 7 équations (2 pressions, 2 vitesses en 1-D) utilisé dans le projet pour décrire des écoulements multiphasiques fortement compressibles [9].

Une autre technique de modélisation repose sur le principe de moindre action (ou principe de Hamilton). On sait en effet que les équations de la mécanique des fluides parfaits peuvent s'établir à partir d'un principe variationnel $\delta L = 0$ où L est le Lagrangien \int_0^T (énergie cinétique - énergie potentielle) dt [36]. Ce type de démarche peut être étendu à la modélisation des écoulements multiphasiques en définissant *a priori* les énergies cinétiques et potentielles de l'écoulement. L'écriture du principe variationnel $\delta L = 0$ fournit alors les équations aux dérivées partielles du modèle. Un exemple de ce type de modélisation utilisée pour décrire des écoulements de bulles avec pulsation peut être trouvé dans [17].

Les modélisations précédentes conduisent à des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires qu'il faut ensuite approcher par une méthode numérique pour obtenir un système d'équations algébriques. C'est ce dernier système qui en dernier ressort fournit la solution. On a donc à faire face à deux difficultés : la première consiste à trouver un système d'EDP modélisant l'écoulement étudié. La deuxième

à trouver une méthode numérique discrétisant les EDPs considérées. Une démarche possible de modélisation consiste à essayer d'arriver directement à un système algébrique sans passer par un système d'EDP. C'est la démarche suivie dans [1]. Contrairement à l'approche classique où les équations continues sont d'abord filtrées pour obtenir un autre modèle continu qui est lui discrétisé, ici, on discrétise d'abord les équations continues puis on filtre le système discret qui en résulte.

En ce qui concerne la simulation des écoulements avec interfaces (description à l'échelle microscopique) le projet développe principalement un traitement eulérien (« front capturing ») où l'interface n'est pas représentée explicitement mais apparaît à travers la valeur d'une certaine fonction. Si cette approche offre nombre d'avantages par rapport aux méthodes de suivi d'interfaces (« front tracking »), elle s'accompagne inévitablement d'une certaine diffusion de l'interface (« interface diffuse ») qui a pour conséquence la création d'une zone de mélange numérique des deux milieux. Une originalité des approches développées dans le projet consiste à considérer cette zone de mélange numérique comme un véritable écoulement diphasique. Ce point de vue semble a priori artificiel mais il offre cependant l'avantage décisif de permettre de résoudre en tout point les mêmes équations avec la même méthode numérique et d'appliquer les lois d'état aux bonnes variables. Cette technique a montré sa capacité à traiter des problèmes à interfaces plus simplement que d'habitude [9] : l'égalité des pressions à l'interface est obtenue par une procédure de relaxation (itérative ou directe selon les équations d'état considérées) effectuée comme une étape de correction d'une solution prédite d'un écoulement multiphasique où les pressions sont a priori distinctes.

3.2. Méthodes d'approximation

Mots clés : *éléments finis, volumes finis, problème de Riemann, produits non-conservatifs.*

Les modèles considérés dans le projet SMASH sont sous la forme de systèmes d'équations aux dérivées partielles hyperboliques ou paraboliques. La démarche d'approximation consiste à remplacer ces systèmes par un équivalent algébrique. Ces techniques utilisées visent à respecter certaines caractéristiques fondamentales des modèles continus (conservativité, positivité de certaines variables, relations de saut, inégalité d'entropie,...). Elles font largement appel aux méthodes dites de volumes finis et sont souvent basées sur la résolution de problèmes élémentaires modélisant l'évolution d'un milieu continu défini par deux états constants séparés par une interface plane, que l'on appelle *problèmes de Riemann*[37]

L'essentiel de nos travaux numériques se fait dans le cadre des méthodes de volumes finis [31]. Cette approche permet d'incorporer dans les méthodes de discrétisation une description fine de la physique des milieux considérés en résolvant les *problèmes de Riemann* qui modélisent l'évolution d'un milieu à partir d'une interface plane entre deux états. Le projet SMASH s'est spécialisé dans le développement de méthodes d'approximation utilisant des résolutions exactes ou approchées de ces *problèmes de Riemann*. Le caractère complexe des écoulements que nous considérons impose souvent l'utilisation de lois d'états différentes de la loi d'état des gaz parfaits. La résolution du problème de Riemann est alors réalisée à partir de solveurs approchés tels le solveur de Roe ou les méthodes VFROE [3].

Par ailleurs, les modèles que nous utilisons sont souvent sous une forme non conservative. Cette forme non conservative est une conséquence « mécanique » de l'obtention des équations à partir d'un processus de moyenne (ce type de difficultés apparaît aussi en modélisation de la turbulence). Ces termes non conservatifs soulèvent beaucoup de problèmes mathématiques (on sait depuis Schwartz qu'il n'y a pas de sens à attribuer à un produit de distributions [35]) et les problèmes numériques que pose la discrétisation de ces termes sont très loin d'être totalement maîtrisés. L'approche suivie dans SMASH est basée sur le fait que les vitesses et pressions doivent rester constantes au travers d'une discontinuité de contact. Cette contrainte est intégrée dans les discrétisations. Cette approche s'est révélée robuste et efficace dans des situations où aucune autre méthode n'avait donné de résultats pour les problèmes à interfaces [9].

Une des difficultés rencontrées dans la simulation des écoulements diphasiques vient de la grande disparité entre les vitesses d'ondes dans les matériaux en présence. Très souvent, un des matériaux est proche de la limite incompressible. Le traitement numérique des équations dans la limite des faibles nombres de Mach est un problème très ouvert qui fait appel à des modifications non-triviales des schémas. Nos investigations

dans ce sujet sont liées à l'étude de l'articulation entre acoustique et incompressible et font appel à l'analyse asymptotique des modèles continus mais aussi discrets [4].

3.3. Algorithmes de résolution

Mots clés : *Méthodes multiniveaux, méthode multigrille, parallélisme.*

La discrétisation des équations aux dérivées partielles du modèle mathématique conduit à la nécessité de résoudre de grands systèmes algébriques généralement non-linéaires. Les méthodes utilisées à cette fin sont presque exclusivement des méthodes itératives. Parmi celles-ci, nous nous intéressons en priorité aux techniques hiérarchiques (multiniveaux ou multigrille)

Dans une méthode multigrille[32]-[38], on construit une *hiérarchie* de niveaux de grille, associés à des intervalles de fréquences différents. Une méthode itérative de type classique, dite « lisseur » est utilisée pour atténuer efficacement les modes de hautes fréquences de l'erreur associés à la discrétisation la plus fine ; le problème résiduel est ensuite reformulé sur une grille plus grossière, sur laquelle on lisse à nouveau avant de transférer le problème sur une grille encore plus grossière, et ainsi de suite, jusqu'à ce que le problème devienne peu coûteux à résoudre par une méthode directe. On construit ensuite à l'inverse des approximations sur les différentes grilles de dimensions croissantes par prolongement (et éventuellement lissage). En procédant de la sorte, les phases de lissage associées aux différentes grilles éliminent efficacement les composantes de l'erreur itérative suivant les différentes fréquences, jusqu'à la plus basse qui est éliminée par résolution directe d'un système trivial. Dans le cas d'un problème modèle linéaire elliptique, la théorie permet d'établir que la *complexité* de la méthode multigrille est proportionnelle au nombre de degrés de liberté. Cela signifie que le coût de résolution du système à la précision fixée par l'erreur d'approximation est directement proportionnel au nombre d'inconnues du problème. On s'intéresse plus particulièrement à la construction des différents niveaux de grille à partir de la grille la plus fine supposée non-structurée (agglomération, reconstruction). Dans ce contexte, nous étudions, soit des approches géométriques basées sur la reconstruction d'un maillage de type éléments finis ou sur des maillages de type volumes finis très généraux, soit des approches algébriques fondées sur la seule connaissance des opérateurs discrets.

4. Domaines d'application

4.1. Panorama

Spécialisé dans la Mécanique des Fluides Numérique, le projet mène des études sur les écoulements multiphasiques ou multifluides compressibles ; les applications visées concernent les industries du transport et de l'énergie : aéronautique, automobile, espace, industrie du pétrole, électricité, nucléaire. Certaines modélisations numériques développées dans le projet trouvent aussi des applications dans des domaines aussi divers que l'astrophysique ou la détonique.

4.2. Industries du transport

Aéronautique Les besoins des industries de l'Aéronautique restent très forts en aérodynamique externe où les calculs des écoulements turbulents autour de géométries complètes sont encore trop coûteux pour être inclus dans des boucles d'optimisation. Le projet SMASH s'intéresse à l'amélioration des performances des solveurs Navier-Stokes en développant des méthodes multigrilles adaptées aux calculs d'écoulement sur des maillages non-structurés. Par ailleurs, la prise en compte de l'instationnarité des écoulements turbulents devient de plus en plus nécessaire pour de multiples applications (vibrations et fatigue des matériaux, acoustique). Ces questions requièrent la mise au point de modèles de type LES (Simulation des grosses structures).

Le deuxième volet d'application concerne les moteurs des lanceurs spatiaux qui sont soit à carburant liquide, soit des propulseurs à poudre. Ces milieux sont très hétérogènes et nécessitent des modélisations diphasiques.

Automobile Les moteurs diesels où les nouvelles générations de systèmes d'injection font appel à des techniques d'injection de spray à très haute pression. Les modélisations eulériennes développées dans le projet Smash peuvent être utilisées pour décrire les premières étapes de l'atomisation d'un spray. Ces phénomènes sont précédés par une transition de phase dynamique liquide-vapeur où le caractère compressible de l'écoulement s'avère fondamental.

4.3. Industries de l'énergie

Dans les secteurs d'activité des industries de l'énergie, les besoins de modélisation numérique concernent la thermohydraulique des centrales nucléaires (CEA, EDF), les industries pétrolières (extraction, transport et raffinage de pétrole), et pratiquement toutes les industries liées au domaine de l'énergétique et du génie chimique.

Dans ces domaines, turbines, chaudières ou tuyauteries sont le siège d'écoulements complexes souvent rapides et violents, ou au contraire lents et longs à se stabiliser. La description de ces phénomènes intrinsèquement diphasiques est fondamentale dans les études de sûreté (industrie du nucléaire, de la pétrochimie ou du génie chimique). La capacité des codes à traiter efficacement les différents régimes d'écoulements (écoulement de liquide, puis de bulles, puis de paquets, ou de films et gouttes etc...) est encore problématique. De plus, ces écoulements sont très souvent caractérisés par de faibles nombres de Mach, ce qui augmente les difficultés numériques.

4.4. Autres applications

Les modélisations multiphasiques développées dans le projet peuvent aussi trouver des applications dans des domaines très divers. Ainsi, nous développons, en collaboration avec des astrophysiciens, une modélisation des écoulements kepleriens dans une nébuleuse proto-planétaire dans le but de valider un scénario de formation de planètes à partir d'un nuage original de gaz et de particules.

Une autre application des modèles que nous étudions concerne les milieux granulaires fortement énergétiques. Ces milieux sont multiphasiques par essence. Pourtant, nombre de codes actuels les décrivent par les équations d'Euler avec des lois d'état de mélange. Ceci suppose l'équilibre des températures entre phase, ou l'équilibre des densités ...autant d'hypothèses absolument sans fondement. Les modèles que nous développons constituent donc un progrès certain dans une représentation plus exacte de la physique de tels milieux.

6. Résultats nouveaux

6.1. Modélisation

6.1.1. Modélisation multiphasique avec transfert de masse

Participants : Olivier LeMetayer, Jacques Massoni, Richard Saurel.

Ce travail concerne la modélisation des ondes d'évaporation dans les liquides surchauffés. Cette situation apparaît dans de nombreuses situations : dépressurisation rapide, cavitation, etc. Les changements de phase peuvent apparaître de deux manières. La première qui est gouvernée par la diffusion thermique est due à un chauffage du liquide à pression constante. La seconde qui nous intéresse ici, est due à une baisse de pression à température constante. La vitesse de propagation de ces fronts d'évaporation appelés parfois fronts de cavitation est beaucoup plus grande que la vitesse de diffusion thermique et l'on peut penser que la dynamique de ces fronts est indépendante des phénomènes de diffusion thermique. Ces fronts d'évaporation sont le siège de réactions endothermiques qui conduisent à une décroissance de la pression. Pour cette raison, ces fronts d'évaporation sont parfois appelés ondes de choc *negatives*. Comme toutes les ondes de discontinuité, ces fronts doivent satisfaire les relations de Rankine-Hugoniot. Dans ce travail, pour clore le système algébrique des relations de Rankine-Hugoniot, on utilise la condition de Chapman-Jouguet pour les déflagrations. Physiquement, cela signifie que la vitesse du front correspond au taux maximal de production de vapeur.

D'un point de vue numérique, cette modélisation requiert la solution d'un problème de Riemann réactif. Dans ce travail, on a considéré la mise au point d'un solveur de Riemann réactif incluant des ondes d'évaporation. La validation de cette approche a été réalisée par comparaison avec des résultats expérimentaux incluant la visualisation de fronts d'évaporation de dodécane dans des tubes et des tuyères. Un article sur ce sujet est en cours de soumission

6.1.2. *Modèle hyperbolique réduit à 5 équations*

Participants : Hervé Guillard, Angelo Murrone, Richard Saurel.

Cet travail étudie la construction d'un modèle Eulérien pour les problèmes d'écoulements diphasiques compressibles. Le point de départ de l'étude est le modèle à sept équations proposé par Saurel et Abgrall dans [9]. Ce modèle contient des termes sources de relaxation qui imposent à l'équilibre l'égalité des vitesses et des pressions des deux phases. Ici, nous réalisons une analyse asymptotique de ce système et nous écrivons directement le système obtenu à l'équilibre. Le système limite obtenu est un modèle réduit à cinq équations inconditionnellement hyperbolique capable de traiter des problèmes d'écoulements diphasiques à une seule vitesse et une seule pression ainsi que des problèmes d'interfaces. Nous étudions les propriétés mathématiques du système : hyperbolicité, structure, invariants de Riemann, relations de Rankine-Hugoniot. Ensuite nous proposons un schéma numérique de discrétisation pour ce système qui assure pour les problèmes d'interfaces le respect des conditions de saut. Enfin nous présentons une série d'expériences numériques et nous comparons les résultats obtenus avec le modèle à sept équations. Nous montrons aussi le bon comportement du modèle pour des problèmes d'interfaces. Les domaines d'application de ce modèle semblent être les problèmes d'interfaces ainsi que les problèmes de détoniques.

6.1.3. *Stabilité des écoulements à bulles*

Participants : Serguey Gavriluk [Université Aix-Marseille III], Richard Saurel, Vladimir Teshukov.

Dans ce travail réalisé lors d'un séjour de 3 mois de Vladimir Teshukov, on s'est intéressé à l'obtention de critères de stabilité pour certains modèles dispersifs d'écoulements à bulles.

Plus précisément, on a obtenu l'analogue des théorèmes bien connus de Howard, Squire et du critère de Rayleigh pour une classe de modèles construits à partir des équations d'Euler-Lagrange pour un Lagrangien qui dépend des paramètres de l'écoulement mais aussi de leurs dérivées. Ce type de modèle inclut des modèles de type St Venant dispersif et un modèle d'écoulement à bulles. L'analogue du critère de Rayleigh a été obtenu pour une approximation bi-dimensionnelle. Pour une approximation d'ondes courtes, on a aussi montré qu'une perturbation bornée de vitesse pouvait croître linéairement. Deux rapports sont en préparation sur ce travail.

6.1.4. *Modélisation de la tension superficielle*

Participants : Guillaume Perigaud, Richard Saurel.

Une interface est le siège d'une force dite de tension superficielle. C'est cette force qui est responsable des formes caractéristiques bien connues des gouttelettes en chute libre ou en équilibre sur une surface. La figure 1 illustre ainsi le détachement d'une goutte d'eau initialement accrochée à une paroi horizontale. Dans les modélisations Euleriennes où l'interface entre deux milieux n'est pas connue explicitement, la représentation de cette force qui dépend de la courbure de l'interface n'est pas aisée. Nous avons adopté une modélisation due à J. Brackbill qui remplace cette force de surface par un flux dépendant d'une fonction indicatrice de la présence de l'interface, ici la fraction de volume. La modélisation de Brackbill à l'origine conçue dans un cadre incompressible a été adaptée au cas compressible. Cette approche s'est avérée très robuste et permet une représentation précise des phénomènes de tension superficielle même en présence des grandes différences de densité entre les deux fluides.

6.1.5. *Écoulements dilués*

Participants : Eric Daniel, Stephanie Nicolas.

Les activités portant sur les écoulements dilués gaz-particules se sont articulés autour de deux points :

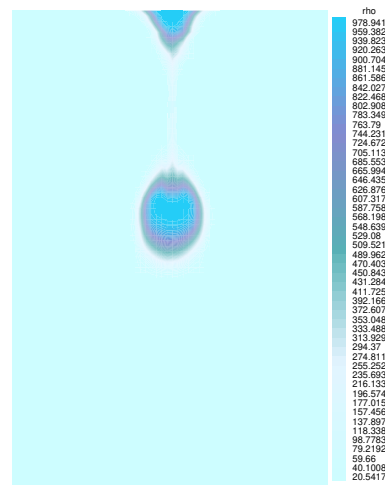


Figure 1. Détachement d'une goutte

- Le premier est relatif à l'étude des écoulements dans les nébuleuses protoplanétaires où se forment les planètes.
Le stage de DEA effectué par Stéphanie Nicolas portait sur le traitement général des termes sources de gravité dans les équations de la dynamique des gaz écrites en coordonnées cylindriques. Le problème sous-jacent est le respect par le schéma numérique d'une solution stationnaire en équilibre entre les termes de flux et les termes sources. Les schémas numériques utilisant les splittings d'opérateurs ont beaucoup de mal à respecter ces solutions. Plusieurs approches ont été testées pour corriger ce problème. Cependant si plusieurs ont produit des améliorations, nous n'avons pas réussi à obtenir un respect parfait de la solution stationnaire.
- Le deuxième point concerne l'étude des couches de mélange compressibles diphasiques. A la suite des travaux analytiques sur le développement de ce type de couche de mélange [20], des simulations de l'évolution temporelle non-linéaire de cet écoulement ont été entreprises pour des nombres de Mach convectifs subsoniques (ainsi le développement des instabilités tridimensionnelles peut encore être négligé). Les résultats montrent que le couplage entre la perturbation et l'écoulement de particules est maximal lorsque le produit des temps caractéristiques des phénomènes est égal à l'unité ($\alpha St = 1$). Diverses grandeurs caractérisant l'écoulement comme l'épaisseur de déplacement ou l'énergie cinétique modale ont été mesurées. Un résultat intéressant concerne cette dernière grandeur. En effet, on a montré que la perte d'énergie cinétique modale due aux échanges gaz-particules admet un maximum pour un produit αSt de l'ordre de 2. Il n'est donc pas possible de caractériser a priori la dissipation d'énergie cinétique due aux particules, puisque celle-ci est directement couplée avec le mode de perturbation examiné. Ce point est important si l'on souhaite modéliser ce transfert dans des structures tourbillonnaires cohérentes pour obtenir des modèles de sous-maillages. Un article sur ce travail a été soumis à l'AIAA Journal.

6.1.6. Modélisation d'écoulements turbulents instationnaires

Participants : Marianna Braza [IMF-Toulouse], Simone Camarri [U. Pise], Charbel Farhat [U Boulder], Alain Dervieux, Yannick Hoarau [IMF-Toulouse], Bruno Koobus [Montpellier2], Maria-Vittoria Salvetti [U. Pise].

La dernière décennie a été en CFD celle de l'émergence de méthodes et outils logiciels de prédiction d'écoulements moyens stationnaires autour d'objets aussi compliqués qu'un avion en configuration de décollage. Les aérodynamiciens veulent maintenant prédire des écoulements turbulents avec certaines de leur instationnarités, pour analyser par exemple les émissions acoustiques ou les vibrations des différents dispositifs externes et internes.

Mais les modèles industriels par moyenne de Reynolds ont plus vocation à produire des prédictions stationnaires, à cause de leur fort niveau de dissipation.

D'un autre côté, les modèles plus expérimentaux de type Simulation des Grandes Structures (en anglais LES, Large Eddy Simulation) sont très loin de pouvoir prédire les écoulements à grands nombres de Reynolds rencontrés dans les applications.

La théorie OES (Organised Eddy Simulation) initiée notamment par Ha Minh et Braza, ouvre l'accès à des modélisations instationnaires pour les grands Reynolds mais ne donne pas de méthode pour la mise au point de fermetures.

Les équipes coopérant à cette action travaillent de concert à la mise au point de modèles LES à plus grand Reynolds sur des maillages non-structurés [26],[15] et à l'exploitation d'une démarche nouvelle de fermeture en OES, la « moyenne en temps ».

Ces études sont soutenues par le programme « supersonique » du MENRT sous la houlette de J.P. Dussauge de l'IUSTI (CNRS-Marseille).

6.1.7. Acoustique dans les écoulements rapides

Participants : Ilya Abalakin [IMM-Moscou], Alain Dervieux, Tatiana Kozubskaya [IMM-Moscou].

L'émission et la propagation d'ondes acoustiques dans des écoulements rapides est un des sujets importants de la décennie, le bruit des moteurs avions (notamment au décollage) étant une des applications visées, parmi les plus évidentes. Les méthodes numériques doivent reposer sur des modèles Euler linéarisés faute de quoi les erreurs de modélisation seront trop grandes. Mais le modèle Euler linéarisé nécessite une grande précision ce qui peut résulter dans des coûts calculs prohibitifs ou des restrictions sur les géométries analysables. Nous avons mis au point une nouvelle approximation qui est à la fois peu coûteuse, très précise sur les zones cartésiennes du maillage et encore assez précises sur les régions « non-structurées ». Après calcul de l'écoulement, nous utilisons l'écoulement moyen pour linéariser le modèle acoustique ainsi que les données de turbulence pour modéliser les sources de bruit.

Ces études ont particulièrement progressé grâce à l'invitation sur plusieurs mois de T. Kozubskaya et I. Abalakin.

Une des avancées de cette année concerne la détection des défauts des modèles existants pour des petits signaux acoustiques et la mise au point de nouveaux modèles améliorant cet état de choses. Voir [25],[23],[24].

Ces études ont été soutenues par une allocation de l'Institut Lyapunov (Moscou), par l'invitation par le Centre de Sophia et le projet Tropics de Tatyana Kozubskaya, celle par Tropics de Ilya Abalakin. Un soutien de la Commission Européenne est aussi obtenu via le projet ADONIS.

6.2. Approximation

6.2.1. Méthodes de relaxation des pressions

Participants : Marie-Hélène Lallemand-Tenkès, Ashwin Chinnayya, Olivier Le Metayer, Richard Saurel.

Nous avons poursuivi cette année les travaux initiés depuis deux ans [34] sur la généralisation des procédures de relaxation instantanée des pressions. On rappelle que l'approche retenue pour résoudre des problèmes diphasiques est celle décrite dans [9] ; la résolution numérique du système à 7 équations en 1-D, pour un solveur explicite en temps, s'effectue en 3 sous-étapes à chaque pas de temps : une étape de transport suivie de deux étapes de relaxation instantanée des vitesses et des pressions séparément. Cette généralisation concerne aussi bien les lois d'état considérées (qui doivent cependant rester convexes), que le nombre de fluides intervenant dans les problèmes d'écoulement multiphasique étudiés. Ceci fait l'objet d'un article en préparation dans lequel deux approches ont été retenues : après l'étape de transport, servant d'état initial à

l'étape de relaxation des pressions, on considère que les pressions de chaque phase vont relaxer vers une pression d'équilibre définissant la pression interfacique relaxée, on fait ainsi évoluer la pression initiale de chaque phase vers cet état relaxé commun et l'on peut alors définir la pression relaxée à l'interface ; c'est la première approche. Ou bien, l'on considère que la pression relaxée n'est autre qu'une pression extérieure, constante, non connue *a priori*, agissant sur le système à l'interface, et vers laquelle chaque pression va tendre en fin de relaxation. Dans la première approche, les différentes procédures définies dans l'article sont basées sur une modélisation particulière de la pression à l'interface, correspondant à une moyenne d'équilibre des pressions de chaque phase et, hormi le cas particulier de l'équation d'état dite des gaz raides et pour deux phases pour lequel on sait exhiber une formulation exacte de la pression, on ne peut s'abstenir de l'approximation de l'intégrale de pression interfacique entre l'état initial et l'état relaxé. Dans la seconde approche, l'intégrale opérant sur une constante, on n'a plus à se soucier de cette approximation supplémentaire, la difficulté étant reportée sur le système résultant à résoudre (pression relaxée, fraction volumique pour chaque phase). Pour chacune de ces approches, on s'est efforcé de trouver des procédures qui soient à la fois utilisables pour plus de deux phases, pour des équations d'état générales et avec un coût numérique réduit (méthodes quasi-directes). Une comparaison des performances numériques de ces deux approches et pour un panel de procédures est en cours, permettant à la fois de valider et de terminer cette étude.

6.2.2. *Écoulements à faible nombre de Mach*

Participants : Hervé Guillard, Angelo Murrone, Alain Dervieux [Projet Tropics], Bruno Koobus [Montpellier2], Eric Schall [Université de Pau].

La recherche de schémas efficaces et précis pour une large gamme de nombre de Mach constitue un sujet récurrent pour le projet. Nous abordons ce problème à partir de modèles compressibles, les écoulements incompressibles étant considérés comme une limite asymptotique obtenue pour un nombre de Mach tendant vers 0. À la suite du travail effectué sur les schémas de type Roe [4], pour les équations d'Euler, nous avons analysé les problèmes de convergence rencontrés par les approximations décentrées et proposés des corrections basées sur des techniques de préconditionnement.

Ces techniques ont récemment été étendues à des modèles plus complexes que les équations d'Euler des fluides parfaits et notamment au modèle à 5 équations décrit au paragraphe 6.1.2. Un article est en cours de rédaction.

Les investigations de Koobus, Schall et Dervieux se sont portées sur les écoulements instationnaires à petits nombres de Mach avec la thermique. Un article est en cours de soumission.

6.2.3. *Étude de schémas de relaxation de type BGK*

Participants : Hervé Guillard, Alix Prudhomme.

Dans le cadre d'un stage de DEA, nous avons étudié l'approximation d'équations paraboliques par une approche par relaxation parabolique utilisant des modèles cinétiques discrets de type BGK. Sur des maillages non-structurés, les techniques de résolution par multigrille aggloméré imposent de discrétiser les termes de dérivées secondes sur des agglomérations de cellules sans aucune régularité, ce qui conduit, soit à des formules de discrétisation complexes, soit à des formules inconsistantes. Ce travail présentait une première étape pour étudier si les schémas de relaxation parabolique pouvaient fournir une solution à ce problème.

6.2.4. *Adaptation de maillage en CFD*

Participants : Alain Dervieux [Projet Tropics], Paul-Louis George [projet GAMMA], Yves Coudière [Université de Nantes].

Depuis quelques années nous avons cherché à mettre en évidence le fait que les méthodes de maillage adaptatives (et seulement ces méthodes) permettent un calcul avec une précision d'ordre supérieur à l'unité de solutions singulières d'équations aux dérivées partielles. B. Palmerio (Université de Nice et Sophia-Antipolis) a aussi montré récemment que les méthodes adaptatives par division isotrope ne peuvent pas être précises à l'ordre deux en trois dimensions [27], [16]. Ce dernier résultat constitue une forte motivation supplémentaire à s'intéresser aux méthodes de remaillage anisotrope initiées par les équipes GAMMA et M3N de Rocquencourt.

La nouvelle approche théorique de la « métrique continue » a permis la mise en place d'une détermination théorique du senseur d'adaptation, spécifiant la finesse locale du maillage. Un article est en préparation. D'autre part, après avoir démontré les qualités spécifiques de convergence des méthodes adaptatives vers les solutions continues, nous avons commencé la mise en place de méthodes de certification de la convergence vers la solution continue. Un article sur ce sujet est soumis.

6.2.5. *Adaptation de maillage pour les problèmes d'interfaces*

Participants : Alain Dervieux [Projet Tropics], Alexandre Ghiglione, Hervé Guillard.

Dans la perspective d'une jonction entre les travaux sur le maillage adaptatif et les travaux sur les interfaces, nous avons commencé une première étude qui s'est déroulée dans le cadre du stage d'Alexandre Ghiglione (DEA de dynamique non linéaire et applications de Nice). Le suivi d'une interface dans un écoulement compressible 2D a été réalisé à l'aide des trois techniques : level-set, maillage Arbitraire-Lagrangien-Eulérien et remaillage adaptatif. Les problèmes étudiés étaient de type instabilité hydrodynamique.

6.3. Méthodes multigrilles

Participants : Thierry Coupez [CEMEF, Ecole des Mines], Hervé Guillard, Ales Janka.

Les méthodes de résolution étudiées dans le SMASH sont principalement les méthodes multigrilles. Les études en cours portent sur l'adaptation du concept de multigrille par agglomération à la simulation numérique d'écoulements turbulents en maillages triangulaires et tétraédriques fortement étirés, la mise au point d'algorithmes multimallages reposant sur l'utilisation d'une hiérarchie de grilles éléments ou volumes finis.

Les techniques multigrilles actuellement considérées au sein du projet SMASH sont de deux types : les *multigrilles par agglomération* et notamment les extensions de ces techniques par le concept d'agrégation lissée et les *multigrilles multimallages* qui ont été abordées plus récemment.

6.3.1. *Génération automatique de maillages grossiers anisotropes*

Participants : Hervé Guillard, Ales Janka.

On s'intéresse ici aux méthodes multigrilles géométriques qui font intervenir une séquence de maillages éléments-finis de finesse variable. Pour des raisons à la fois pratiques et d'efficacité, il est préférable que les maillages qui constituent les niveaux multigrille soient emboîtés par noeuds et que la variation de la finesse du maillage entre deux niveaux soit contrôlée par un facteur de déraffinement précis.

Nous avons développé un algorithme de déraffinement automatique de maillage qui génère une séquence de maillages à partir d'un maillage fin. L'algorithme a été spécialement développé pour les maillages fortement anisotropes (d'ordre 10^4 en facteur d'étirement), typiques des calculs Navier-Stokes.

Tout comme pour les maillages isotropes 2D et 3D qui avaient déjà fait l'objet d'études antérieures, le déraffinement automatique est réalisé par une optimisation locale du maillage fin par rapport à des métriques cibles.

Dans cette étude, les métriques cibles sont obtenues à partir d'une métrique « naturelle » aux noeuds du maillage fin en y introduisant le facteur de déraffinement anisotrope souhaité. Plusieurs méthodes de génération des métriques « naturelles » d'un maillage fortement anisotrope ont été étudiées.

L'optimisation du maillage est ensuite obtenue par le mailleur MTC (développé au CEMEF) que nous avons modifié pour qu'il tienne mieux compte des anisotropies.

Parallèlement, nous avons étudié des mécanismes qui permettent de répliquer sur les niveaux déraffinés des caractéristiques locales du maillage fin (maillage localement structuré, maillage par couche).

6.3.2. *Méthode multigrille volumes finis par correction des flux*

Participants : Ales Janka.

Les méthodes multigrilles par agglomération introduites par Dervieux et Lallemand [6], sont très bien adaptées aux équations hyperbolique et aux discrétisations de type volumes finis. Par contre, elles éprouvent des difficultés pour le traitement des termes elliptiques. Une manière de contourner ce problème est d'interpréter

ces méthodes comme des méthodes de Galerkin et d'utiliser des techniques de type aggrégation lissée [33] pour la construction des niveaux grossiers. Cette méthode bien que performante en terme de convergence a cependant pour inconvénient de ne pas garantir l'obtention de matrices définies par un stencil compact sur les niveaux grossiers. Une nouvelle approche basée sur une interprétation purement volumes finis de la méthode d'agglomération a été proposée. Cette approche se base sur une correction des flux obtenus par agglomération de façon à obtenir une consistance au sens volumes finis avec le problème continu. Cette nouvelle méthode conduit à des résultats sensiblement identiques en termes de convergence à ceux obtenus avec la méthode d'aggrégation lissée [33]. Elle a cependant l'avantage de garantir des stencils compacts et en pratique elle conduit à des économies CPU et place mémoire de l'ordre de 30%. Ales Janka a soutenu sa thèse en début d'année sur ce sujet qui a fait l'objet d'une publication [19].

6.3.3. Parallélisation d'un code de calcul de feux de forêts

Participants : Jacques Massoni, Idress Ahmad.

Dans le cadre d'un post-doc ERCIM de 9 mois, on s'est intéressé à la parallélisation par la bibliothèque de passage de message MPI d'un code de calcul de propagation de feux de forêts bi-dimensionnel. Le modèle mathématique retenu est un modèle de combustion à faible nombre de Mach qui utilise une technologie numérique de type SIMPLE. A ce titre, le coût principal du calcul réside dans la résolution de systèmes linéaires elliptiques. On s'est basé sur la bibliothèque scientifique PETSC et on a implémenté une version parallèle d'un algorithme de résolution par gradient conjugué sur un cluster de PC.

7. Contrats industriels

7.1. Ecoulement dans les conduites pétrolières

Participants : Hervé Guillard, Guillaume Perigaud, Richard Saurel.

Cette convention CIFRE, avec l'IFP a pour objectif l'étude par simulation directe de certains phénomènes physiques de type instabilités de Kelvin Helmholtz intervenant dans les conduites pétrolières en particulier en cas de changement brusque de l'orientation de la conduite par rapport à l'horizontale. A terme, cette description fine des phénomènes physiques pourrait être intégrée dans des codes macroscopiques uni-dimensionnels.

7.2. Ecoulements multiphasiques à faible nombre de Mach

Participants : Hervé Guillard, Angelo Murrone, Richard Saurel.

En liaison avec le département STH/LTA du CEA Cadarache, nous avons commencé une action pour la simulation des écoulements multiphasiques dans l'industrie nucléaire par des modèles à 6 ou 7 équations. Ces écoulements sont en général caractérisés par une faible vitesse, ce qui demande la mise au point de méthodes numériques adaptées.

7.3. Instationnarités et structures à grande échelle dans des interactions onde de choc couche limite avec décollement du Comité d'Orientationsupersonique du Ministère de la Recherche (COS)

Participants : Marianna Braza [IMF-Toulouse], Alain Dervieux, Bruno Koobus.

Action sur la modélisation d'écoulements tourbillonnaires produits par des interactions choc-couche limite, contrat du MENRT sous la responsabilité de Jean-Paul Dussauge de l'IUSTI (CNRS-Marseille).

7.4. Dassault-SPAE Multigrille

Participant : Ales Janka, Thierry Coupez [Ecole des mines de Paris], Hervé Guillard.

Cette étude porte sur la mise au point d'une méthode de déraffinement automatique de maillages non-structurés anisotrope. Elle fait suite à deux précédents contrats qui avaient permis de mettre au point un algorithme de déraffinement automatique de maillage non-structurés isotropes. Il s'agit maintenant d'étendre cette technique à des maillages étirés nécessaires au calcul des couches limites turbulentes.

8. Actions régionales, nationales et internationales

8.1. Actions nationales et régionales

8.1.1. ARC Diphasique

Participants : Eric Daniel, Olivier LeMetayer, Hervé Guillard, Richard Saurel.

Dans le cadre de l'Action de Recherche Concertée « ARC multiphasique » du CNRS, associé au CORIA, à l'ECL et à PARIS VI du coté universitaire et à Renault et Peugeot du coté industriel, le projet a entrepris une action de modélisation de la cavitation primaire des sprays Diesel à haute pression. Ce projet soutient une thèse qui a démarré en septembre 1999.

8.1.2. ACI-GRID « MECAGRID »

Participants : Thierry Coupez [Ecole des mines de Paris], Hervé Guillard, Jacques Massoni, Richard Saurel. Ce projet qui débute en Novembre 2002 a pour but de bâtir une grille de calcul régionale à partir de trois grappes de PC localisées en région PACA. Cette grille sera dédiée à des applications de calcul massivement parallèle en mécanique des fluides multimatériaux.

8.2. Relations bilatérales internationales

Le projet est actuellement impliqué dans les actions suivantes :

Institut Russo-Français LIAPUNOV : Un projet sur « Turbulence and noise in viscous compressible gas flows », avec, du coté russe, T. Kozubskaya, I. Abalakin, A. Alexandrov, V.G Bobkov et du coté français, A. Dervieux, M. Ravachol et M. Mallet (experts industriels).

Accord NSF-INRIA : le projet coordonne la convention NSF-INRIA « Multiresolution and multiscale Algorithms on unstructured meshes for computational sciences » avec UCLA. Cette année ce projet a financé une courte visite de Tony Chan à Sophia-Antipolis.

8.3. Accueils de chercheurs étrangers

Le projet a accueilli pour un séjour de 3 mois le Professeur Vladimir Teshukov de l'Institut Lavrentyev d'hydrodynamique de Novosibirsk. Ce séjour a été consacré à des études de stabilité de certains modèles d'écoulements à bulles.

9. Diffusion des résultats

9.1. Enseignement universitaire

Les membres du projet ont participé aux activités d'enseignement suivantes :

Modèles industriels en turbulence : Cours du DEA de dynamique non-linéaire et applications, université de Nice-Sophia Antipolis, 12 h (A. Dervieux).

Mécanique des fluides compressibles : cours de Maîtrise d'Ingénierie Mathématique, université de Nice-Sophia Antipolis, 20 h (H. Guillard).

Mastère de Mécanique Numérique ; CEMEF-ENSMP : Contributions suivantes aux enseignements :

- Méthodes de Volumes Finis, 6h (J.-A. Désidéri et H. Guillard) ;
- Aérodynamique, combustion, 6h (H. Guillard).

9.2. Thèses et Stages

Cette année, le projet a assuré l'encadrement des doctorants suivants :

- ASHWIN CHINAYYA , Université de Provence, « Elaboration de modèles et de méthodes numériques pour les écoulements multiphasiques à phases compressibles - Application à la simulation des ondes de détonation »
- ALÈS JANKA, Université de Nice-Sophia Antipolis, « Développement de Méthodes multigrilles géométriques et algébriques pour l'accélération de la convergence des méthodes de résolution des équations de Navier-Stokes sur maillages non-structurés ».
- OLIVIER LE METAYER Université de Provence, « Modélisation et simulation de la transition de phase dynamique. Application aux injecteurs de carburant à haute pression. »
- ANGELO MURRONE Université de Provence, « modèles bifluïdes à 6 et 7 équations pour les écoulements diphasiques à faible nombre de Mach »
- GUILLAUME PERRIGAUD, Université de Provence, « Simulation directe d'écoulement en conduite pétrolière »

Les stages suivants ont été encadrés par le projet :

- ALIX PRUDHOMME « Etude de schémas numériques de relaxation de type BGK pour l'approximation d'une équation parabolique » DEA de Mathématiques Appliquées de l'Université de Bordeaux I
- ALEXANDRE GHIGLIONE « Capture et suivi d'une interface par un maillage » DEA Dynamique non-linéaire et applications de l'UNSA.
- STÉPHANIE NICOLAS « Etude d'un scénario de formation planétaire » DEA de Mécanique de l'Université de Provence.

9.3. Animation de la recherche

Le projet a organisé les séminaires suivants :

- Séminaire sur le maillage adaptatif, Sophia-Antipolis, 12 septembre 2002 (intervenants : Paul-Louis George, Frédéric Alauzet, Thierry Coupez, Jean-Daniel Boissonnat, Ales Janka, Alain Dervieux).
- Séminaire sur les problèmes à interface en détonique, Marseille, 12-13 novembre 2002 (intervenants : A. K. Kapila, Rensselaer Polytechnic Institute, New-York, Angelo Murrone, Guillaume Perigaud, Ahwin Cheenaya, Richard Saurel)

9.4. Participation à des colloques, séminaires, invitations

Cette année, les membres du projet ont participé aux manifestations scientifiques suivantes :

- Séminaire Prisme, 11 Février 2002 (A. Dervieux)
- Numerical Methods for Scientific Computing - JP60 Meeting, Variational Problems and Applications, Jyväskylä, Finland, 14-15 juin 2002, (Conférence invitée de A. Dervieux).
- Workshop "Numerical Methods for Multimaterial Fluid Flows », 23-25 septembre 2002, Institut Henri Poincaré, (H. Guillard, R. Saurel).
- Innovative Methods and Tools for Challenging Acoustics Applications, Paris, 16-17 décembre 2002, (Conférence invitée de A. Dervieux).

10. Bibliographie

Bibliographie de référence

- [1] R. ABGRALL, R. SAUREL. *Discrete equations for physical and numerical multiphase mixtures*. in « J. Compu. Phys. », 2002, à paraître.

- [2] E. DANIEL. *Eulerian approach for unsteady two-phase reactive solid rocket motor flows loaded with Aluminum particles*. in « AIAA Journal of Propulsion and Power », volume 16 No 2, 2000, pages 309-317.
- [3] T. GALLOUET, J. MASELLA. *A rough Godunov scheme*. in « C.R.A.S. Paris », volume I-323, 1999, pages 77-84.
- [4] H. GUILLARD, C. VIOZAT. *On the behaviour of upwind schemes in the low Mach number limit*. in « Comput. Fluids », volume 28, 1999, pages 63-86.
- [5] B. KOOBUS, M.-H. LALLEMAND, A. DERVIEUX. *Agglomeration multigrid for two-dimensional viscous flows*. in « Int. J. Numer. Meth. Fluids », volume 18, 1994, pages 27-42.
- [6] M.-H. LALLEMAND, H. STEVE, A. DERVIEUX. *Unstructured multigridding by volume agglomeration : current status*. in « Comput. Fluids », volume 21, 1992, pages 397-433.
- [7] R. MARTIN, H. GUILLARD. *A second order defect correction scheme for unsteady problems*. in « Comput. Fluids », numéro 1, volume 25, 1996, pages 9-27.
- [8] B. N'KONGA, H. GUILLARD. *Godunov type method on non-structured meshes for three dimensional moving boundary problems*. in « Comput. Methods Appl. Mech. Eng », numéro 1, volume 113, 1994, pages 183-204.
- [9] R. SAUREL, R. ABGRALL. *A Multiphase Godunov method for compressible Multifluid and Multiphase flows*. in « J. Compu. Phys. », volume 150, 1999, pages 1-43.

Thèses et habilitations à diriger des recherche

- [10] A. CHINNAYYA. *Construction de modèles et de méthodes numériques pour les écoulements multiphasiques à phases compressibles. Application à la simulation des ondes de détonation dans les matériaux hautement énergétiques*. thèse de doctorat, Université de Provence, Marseille, 2002.
- [11] A. JANKA. *Algorithmes multigrilles pour les écoulements compressibles laminaires*. thèse de doctorat, Université de Nice Sophia-Antipolis, France, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/tu-0711.html>, Thèse INRIA, TU-0711.

Articles et chapitres de livre

- [12] R. ABGRALL, B. NKONGA, R. SAUREL. *Efficient numerical approximation of compressible multi-material flow for unstructured meshes*. in « Computers and Fluids », 2002, à paraître.
- [13] R. ABGRALL, R. SAUREL. *Un modèle numérique pour la simulation d'écoulements multiphasique compressibles*. in « MATAPLI », volume 68, 2002, pages 39 - 54.
- [14] N. ANDRIANOV, R. SAUREL, G. WARNECKE. *A Simple Method for Compressible Multiphase Mixtures and Interfaces*. in « International Journal of numerical methods in fluids », 2002, à paraître.
- [15] S. CAMARRI, M. SALVETTI, B. KOOBUS, A. DERVIEUX. *Large-eddy simulation of a bluff-body flow on unstructured grids*. in « Int. J. Num. Methods Fluids », numéro 40, 2002, pages 1431-1460.

- [16] A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER, P. GEORGE, Y. COUDIÈRE. *About theoretical and practical impact of mesh adaptation on approximation of functions and of solutions of PDE*. in « International Journal of numerical methods in fluids », 2002, à paraître.
- [17] S. GAVRILYUK, R. SAUREL. *A compressible multiphase flow model with microinertia*. in « Journal of Computational Physics », volume 175, 2002, pages 326 - 360.
- [18] D. HAENEL, A. DERVIEUX, O. GLOTH, L. FOURNIER, S. LANTERI, R. VILSMEIER. *Development of Navier-Stokes solvers on hybrid grids*. in « Notes on Numerical Fluids Mechanics », 2002, à paraître.
- [19] A. JANKA. *A flux correction multigrid for compressible flow*. in « Numerical Algorithms », 2002, à paraître.
- [20] N. THEVAND, E. DANIEL. *Linear instability of dilute particle-laden compressible mixing layers*. in « Physics of Fluids », volume 14, 2002, pages 392 - 402.
- [21] N. THEVAND, E. DANIEL. *Numerical study of particle behaviour in laminar shock induced boundary layer flows*. in « International Journal of Shock Wave », volume 11, No 4, 2002, pages 279 - 288.

Communications à des congrès, colloques, etc.

- [22] A. CHINNAYYA, E. DANIEL, R. SAUREL, G. BAUDIN. *A new concept for the modeling of detonation waves in Multiphase Mixtures*. in « 12th Int Detonation Symposium », San Diego, 2002, <http://www.sainc.com/onr/detsymp/index.htm>.
- [23] T. KOZUSBSKAYA, I. ABALAKIN, A. DERVIEUX. *Computational efficiency of Mathematical models for noise DNS*. in « AIAA », numéro 2585, AIAA paper, 2002.
- [24] T. KOZUSBSKAYA, I. ABALAKIN, A. DERVIEUX. *On computational efficiency of Euler based models in free flow acoustics*. in « 6th CEA/ASC AIAA workshop, « from CFD to CAA », Athens, 7-8 novembre 2002 », 2002.

Rapports de recherche et publications internes

- [25] I. ABALAKIN, A. DERVIEUX, T. KOZUSBSKAYA. *A vertex centered high order MUSCL scheme applying to linearised Euler acoustics*. rapport de recherche, numéro 4459, INRIA, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4459.html>.
- [26] S. CAMARRI, M.-V. SALVETTI, A. DERVIEUX, B. KOOBUS. *A low diffusion MUSCL scheme for LES on unstructured grids*. rapport de recherche, numéro 4512, INRIA, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4512.html>.
- [27] Y. COUDIÈRE, B. PALMERIO, A. DERVIEUX, D. LESERVOISIER. *Accuracy barriers in mesh adaptation*. rapport de recherche, numéro 4528, INRIA, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4528.html>.
- [28] G. PERIGAUD. *Elaboration d'un outil de simulation numérique pour les instabilités d'interfaces multidimensionnelles dans les conduites pétrolières : Etude préliminaire pour la construction d'un algorithme numérique*. rapport technique, numéro 56 880, Institut Français du Pétrole, 2002.

- [29] X. XU, A. JANKA, J.-A. DÉSIDÉRI. *Cascadic multigrid for the advection-diffusion equation*. rapport technique, 2002, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4574.html>, Rapport de Recherche INRIA no. RR-4574.

Bibliographie générale

- [30] D. A. DREW, S. PASSMAN. *Theory of Multicomponent Fluids*. Springer, New-York, 1998.
- [31] R. EYMARD, T. GALLOUET, R. HERBIN. *Finite Volume Methods, Handbook for numerical analysis, Vol. VII.*, Springer, 1999.
- [32] W. HACKBUSCH. *Multigrid Methods and Applications*. série Computational Mathematics, volume 4, Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [33] A. JANKA, H. GUILLARD, P. VANEK. *Convergence of Algebraic Multigrid based on smoothed aggregation II : Extension to a Petrov-Galerkin Method*. rapport technique, 1999, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-3683.html>.
- [34] M.-H. LALLEMAND, R. SAUREL. *Pressure relaxation procedures for multiphase compressible flows*. rapport de recherche, numéro 4528, INRIA, 2000, <http://www.inria.fr/rrrt/rr-4528.html>.
- [35] L. SCHWARTZ. *Sur l'impossibilité de la multiplication des distributions*. in « C.R.A.S. Paris », volume I-239, 1954, pages 847-848.
- [36] D. SERRE. *Sur le principe variationnel des équations de la mécanique des fluides compressibles*. in « M2AN », volume 27, No 6, 1993, pages 739-758.
- [37] E. TORO. *Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics*. Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [38] P. WESSELING. *An Introduction to Multigrid Methods*. John Wiley & Sons, Chichester, 1992.