



IN PARTNERSHIP WITH:  
**Université de Technologie de  
Troyes**

Activity Report 2016

## **Project-Team GAMMA3**

Automatic mesh generation and advanced  
methods

RESEARCH CENTER  
**Saclay - Île-de-France**

THEME  
**Numerical schemes and simulations**



## Table of contents

<b>1.</b>	<b>Members</b> .....	<b>1</b>
<b>2.</b>	<b>Overall Objectives</b> .....	<b>2</b>
<b>3.</b>	<b>New Software and Platforms</b> .....	<b>2</b>
3.1.	ABL4FLO	2
3.2.	AMA4FLO	3
3.3.	BL2D	3
3.4.	BL2D-ABAQ	3
3.5.	BLGEOL	4
3.6.	BLMOL	4
3.7.	BLSURF	4
3.8.	FEFLOA-REMESH	5
3.9.	GAMANIC 3D	5
3.10.	GAMHIC 3D	5
3.11.	GHS3D	6
3.12.	HEXOTIC	6
3.13.	Metrix	6
3.14.	Nimbus 3D	6
3.15.	VIZIR	7
3.16.	Wolf	7
3.17.	Wolf-Bloom	7
3.18.	Wolf-Elast	7
3.19.	Wolf-Interpol	8
3.20.	Wolf-MovMsh	8
3.21.	Wolf-Nsc	8
3.22.	Wolf-Shrimp	9
3.23.	Wolf-Spyder	9
3.24.	Wolf-Xfem	9
<b>4.</b>	<b>New Results</b> .....	<b>10</b>
4.1.	Remaillage adaptatif pour la mise en forme de tôles minces et de composites	10
4.2.	Le formage incrémental : étude expérimentale, numérique et remaillage adaptatif	10
4.3.	Reconstruction de surface 3D à partir d'images numériques 2D	10
4.4.	Modélisation numérique, remaillage adaptatif et optimisation pour la morphologie de nanofils	11
4.5.	Les outils de remaillage dans la simulation multi-physiques pour la fiabilisation des systèmes complexes	11
4.6.	Les matériaux innovants : mousses métalliques - AMF, textiles techniques, composites et agro-composites : Modélisation mécanique, Simulation avec remaillage, Reconstitution 3D et Modélisation géométrique	11
4.7.	Reconstruction 3D à partir d'image vs Scanner 3D, Maillage adaptatif par vision embarquée sur drones autonomes	12
4.8.	Les outils de remaillage dans la simulation et l'optimisation de la mise en forme des matériaux	12
4.9.	Applications du maillage et développements de méthodes avancées pour la cryptographie	12
4.10.	Méthodes avancées pour la nanomorphologie des nanotubes/fils en suspension liquide"	13
4.11.	Méthodes de résolutions avancées et modélisation électromagnétisme-thermique-mécanique à l'échelle mesoscopique	13
4.12.	Problèmes de magnétostatique sur maillage de grande taille et multi-échelle	14
4.13.	Element metric, element quality and interpolation error metric	14
4.14.	Realistic modeling of fractured geologic media	16

4.15. Parallel meshing of surfaces defined by collections of connected regions	17
4.16. Discrete CAD model for visualization and meshing	17
4.17. Visualization and modification of high-order curved meshes	17
4.18. Adaptation de maillages pour des écoulements visqueux en turbomachine	17
4.18.1. Calcul.	17
4.18.2. Adaptation.	18
4.18.3. Norm-Oriented.	18
4.19. Metric-orthogonal and metric-aligned mesh adaptation	18
4.20. Parallel mesh adaptation	18
4.21. Unsteady adjoint computation on dynamic meshes	18
4.22. Line solver for efficient stiff parse system resolution	19
4.23. Error estimate for high-order solution field	19
4.24. Méthode d'immersion de frontières pour la mécanique des fluides	19
4.25. Optimisation de formes et CAO	19
4.26. Boundary layer mesh generation	20
<b>5. Bilateral Contracts and Grants with Industry</b> .....	<b>20</b>
<b>6. Partnerships and Cooperations</b> .....	<b>20</b>
6.1. National Initiatives	20
6.2. European Initiatives	21
6.3. International Initiatives	21
<b>7. Dissemination</b> .....	<b>21</b>
7.1. Promoting Scientific Activities	21
7.1.1. Scientific Events Organisation	21
7.1.2. Scientific Events Selection	21
7.1.2.1. Member of the Conference Program Committees	21
7.1.2.2. Reviewer	21
7.1.3. Journal	21
7.1.4. Scientific Expertise	22
7.2. Teaching - Supervision - Juries	22
<b>8. Bibliography</b> .....	<b>22</b>

# Project-Team GAMMA3

*Creation of the Project-Team: 2010 January 01*

## Keywords:

### Computer Science and Digital Science:

- 2.5. - Software engineering
- 6.1. - Mathematical Modeling
- 6.2. - Scientific Computing, Numerical Analysis & Optimization
- 7.1. - Parallel and distributed algorithms
- 7.5. - Geometry, Topology

### Other Research Topics and Application Domains:

- 5.2.3. - Aviation
- 5.2.4. - Aerospace

## 1. Members

### Research Scientists

- Paul Louis George [Team leader, Inria, Senior Researcher]
- Frederic Alauzet [Inria, Researcher, HDR]
- Patrick Laug [Inria, Researcher, HDR]
- Adrien Loseille [Inria, Researcher]

### Faculty Members

- Houman Borouchaki [UT Troyes, Professor]
- Dominique Barchiesi [UT Troyes, Professor]
- Abel Cherouat [UT Troyes, Professor]
- Thomas Grosjes [UT Troyes, Associate Professor]
- David Marcum [MSU, Professor]
- Laurence Moreau [UT Troyes, Associate Professor]

### Engineers

- Alexis Loyer [Inria]
- Slimane Amara [UT Troyes]

### PhD Students

- Bastien Andrieu [ONERA]
- Rémi Feuillet [ENSTA, from Apr 2016]
- Loïc Frazza [Ecole Polytechnique]
- Eléonore Gauci [Inria]
- Aichun Zhu [UT Troyes, until Feb 2016]

### Post-Doctoral Fellow

- Olivier Coulaud [Inria]

### Administrative Assistants

- Celine Fortabat [Inria, Jan 2016]
- Emmanuelle Perrot [Inria]

### Others

- Loic Marechal [Engineer]
- Clément Roge [Inria, Stagiaire, from Jun 2016 until Jul 2016]

## 2. Overall Objectives

### 2.1. Introduction

Une branche importante des sciences de l'ingénieur s'intéresse aux calculs des solutions d'équations aux dérivées partielles très variées (en mécanique du solide, en mécanique des fluides, en modélisation de problèmes thermiques, ...) par la méthode des éléments ou des volumes finis. Ces méthodes utilisent comme support spatial des calculs un maillage du domaine sur lequel les équations sont formulées. Par suite, les algorithmes (de construction) de maillages occupent un rôle important dans toute simulation par la méthode des éléments ou des volumes finis d'un problème modélisé en équations aux dérivées partielles. En particulier, la précision, voire la validité, des solutions calculées est liée aux propriétés du maillage utilisé [22].

L'équipe-projet GAMMA3 a été créé en 2010 à la suite du projet GAMMA. L'équipe est bilocalisée avec une partie à l'UTT (Troyes) et l'autre à Rocquencourt puis Saclay. Les thèmes du projet regroupent un ensemble d'activités concernant les points indiqués ci-dessus, en particulier, l'aspect génération automatique de maillages afin de construire les supports utilisés par les méthodes d'éléments ou de volumes finis. Sont également étudiés les aspects de modélisation géométrique, de post-traitement et de visualisation des résultats issus de tels calculs [23].

L'évolution de la demande en termes de génération automatique de maillages implique une évolution des méthodes classiques de création de maillages vers des méthodes permettant de construire des maillages contrôlés. Les maillages doivent donc être soit isotropes, le contrôle portant sur des tailles souhaitées, soit anisotropes, le contrôle portant à la fois sur des directions et des tailles selon ces dernières.

Le développement d'algorithmes de maillages gouvernés sert de support naturel à la conception de boucles de maillages adaptatifs qui, via un estimateur d'erreurs *a posteriori*, permettent de contrôler la qualité des solutions. Les estimateurs d'erreurs sont issus d'applications en mécanique des fluides (Inria) et du solide (UTT). Leurs validations reposent sur le développement de solveurs avancés, en particulier, dans ces disciplines. Ces deux points (estimateurs et solveurs) constituent au moins la moitié de nos recherches.

Ces préoccupations amènent à considérer le problème du maillage des domaines de calculs en eux-mêmes tout comme celui du maillage ou du remaillage des courbes et surfaces, frontières de ces domaines.

La taille, en termes de nombre de nœuds, des maillages nécessaires pour certaines simulations, amène à travailler sur la parallélisation des processus de calculs. Cette problématique conduit également à s'intéresser à l'aspect multi-cœurs au niveau des algorithmes de maillages proprement dits.

Simultanément, le volume des résultats obtenus dans de telles simulations, nécessite d'envisager le post-traitement de ces résultats en parallèle ou par des méthodes appropriées.

Par ailleurs, de nombreux problèmes partent de saisies *scanner* (ou autre système discret) des géométries à traiter et demandent d'en déduire des maillages de surfaces aptes à être, par la suite, traités par les méthodes classiques (de remaillage, d'optimisation, de calculs).

Enfin, la maturité de certaines méthodes (victimes de leur succès) conduit les utilisateurs à demander plus et à considérer des problèmes de maillage ou des conditions d'utilisations extrêmes induisant des algorithmes *a priori* inattendus.

Les objectifs du projet GAMMA3 consistent à étudier l'ensemble des points mentionnés ci-dessus afin de rendre automatique le calcul de la solution d'un problème donné avec une précision imposée au départ. Par ailleurs, certaines des techniques utilisées dans les problématiques de maillage sont utilisables dans d'autres disciplines (compression d'images pour ne citer qu'un seul exemple).

## 3. New Software and Platforms

### 3.1. ABL4FLO

FUNCTIONAL DESCRIPTION

KEYWORDS: Boundary layer - Hybrid meshes

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Automatic boundary layer mesh generation for complex geometries

FUNCTIONAL DESCRIPTION

ABL4FLO is designed to generate 3D adapted boundary layer meshes by using a cavity-based operator.

- Participant: Adrien Loseille
- Contact: Adrien Loseille
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Adrien.Loseille/index.php?page=softwares>

## 3.2. AMA4FLO

FUNCTIONAL DESCRIPTION

KEYWORDS: Anisotropic mesh adaptation - Surface and volume remeshing - Non manifold geometries

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Robust and automatic generation of anisotropic meshes in 3D

FUNCTIONAL DESCRIPTION

AMA4FLO is designed to generate adapted meshes with respect to a provided anisotropic sizing field. The surface and the volume mesh is adapted simultaneously to guarantee that a 3D valid mesh is provided on output.

- Participant: Adrien Loseille
- Contact: Adrien Loseille
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Adrien.Loseille/index.php?page=softwares>

## 3.3. BL2D

KEYWORDS: Automatic mesher - Delaunay - Anisotropic - Planar domain

SCIENTIFIC DESCRIPTION

The meshing method is of controlled Delaunay type, isotropic or anisotropic. The internal point generation follows an advancing-front logic, and their connection is realized as in a classical Delaunay approach. Quadrilaterals are obtained by a pairing process. The direct construction of degree 2 elements has been made possible via the control of the domain boundary mesh, in order to ensure the desired compatibility.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Planar mesh generator (isotropic or anisotropic, adaptive).

- Participants: Houman Borouchaki and Patrick Laug
- Contact: Patrick Laug
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/logiciels.html>

## 3.4. BL2D-ABAQ

KEYWORDS: Automatic mesher - Delaunay - Anisotropic - Planar domain - Error estimation - Interpolation

SCIENTIFIC DESCRIPTION

The meshing method is the same as BL2D (see above) in an adaptive process. An *a posteriori* error estimation of a solution at the nodes of the current mesh results in a size map. A new mesh satisfying these size specifications (made continuous) is built, and the solution is interpolated on the new mesh.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Planar mesh generator (isotropic or anisotropic, adaptive) for deformable domains, interacting with the ABAQUS solver.

- Participants: Houman Borouchaki, Patrick Laug and Abel Cherouat
- Contact: Patrick Laug
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/logiciels.html>

### 3.5. BLGEOL

KEYWORDS: Automatic mesher - Hex-dominant - Geologic structures

SCIENTIFIC DESCRIPTION

The aim is to generate hex-dominant meshes of geologic structures complying with different geometric constraints: surface topography (valleys, reliefs, rivers), geologic layers and underground workings. First, a reference 2D domain is obtained by projecting all the line constraints into a horizontal plane. Different size specifications are given for rivers, outcrop lines and workings. Using an adaptive methodology, the size variation is bounded by a specified threshold in order to obtain a high quality quad-dominant mesh. Secondly, a hex-dominant mesh of the geological medium is generated by a vertical extrusion, taking into account the surfaces found (interfaces between two layers, top or bottom faces of underground workings). The generation of volume elements follows a global order established on the whole set of surfaces to ensure the conformity of the resulting mesh.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Hex-dominant mesher of geologic structures and storage facilities.

- Participants: Patrick Laug and Houman Borouchaki
- Contact: Patrick Laug
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/logiciels.html>

### 3.6. BLMOL

KEYWORDS: Automatic mesher - Molecular surface

SCIENTIFIC DESCRIPTION

To model a molecular surface, each constituting atom is idealized by a simple sphere. First, a boundary representation (B-rep) of the surface is obtained, i.e. a set of patches and the topological relations between them. Second, an appropriate parametrization and a metric map are computed for each patch. Third, meshes of the parametric domains are generated with respect to an induced metric map, using a combined advancing-front generalized-Delaunay approach. Finally these meshes are mapped onto the entire surface.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Molecular surface mesher.

- Participants: Houman Borouchaki and Patrick Laug
- Contact: Patrick Laug
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/logiciels.html>

### 3.7. BLSURF

KEYWORDS: Automatic mesher - Parametric surface - CAD surface

SCIENTIFIC DESCRIPTION



An indirect method for meshing parametric surfaces conforming to a user-specifiable size map is used. First, from this size specification, a Riemannian metric is defined so that the desired mesh should have unit length edges with respect to the related Riemannian space (the so-called “unit mesh”). Then, based on the intrinsic properties of the surface, the Riemannian structure is induced into the parametric space. Finally, a unit mesh is generated completely inside the parametric space such that it conforms to the metric of the induced Riemannian structure. This mesh is constructed using a combined advancing-front Delaunay approach applied within a Riemannian context.

#### FUNCTIONAL DESCRIPTION

CAD surface mesher.

- Participants: Houman Borouchaki and Patrick Laug
- Contact: Patrick Laug
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Patrick.Laug/logiciels/logiciels.html>

### 3.8. FEFLOA-REMESH

KEYWORDS: Anisotropic mesh adaptation - Surface remeshing - Cavity-based operator

#### SCIENTIFIC DESCRIPTION

Automatic generation of metric-aligned and metric-orthogonal anisotropic meshes in 3D

#### FUNCTIONAL DESCRIPTION

FEFLOA-REMESH is intended to generate adapted 2D, surface and volume meshes by using a unique cavity-based operator. The metric-aligned or metric-orthogonal approach is used to generate high quality surface and volume meshes independently of the anisotropy involved.

- Participants: Adrien Loseille and Frédéric Alauzet
- Contact: Adrien Loseille
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/Adrien.Loseille/index.php?page=softwares>

### 3.9. GAMANIC 3D

KEYWORDS: Tetrahedral mesh - Delaunay - Anisotropic size and direction control - Automatic Mesher

#### SCIENTIFIC DESCRIPTION

Automatic tetrahedral mesher based on an anisotropic Delaunay type point insertion method. A metric field is provided specifying the desired size (edge length) and directional properties.

#### FUNCTIONAL DESCRIPTION

GAMANIC3D is a volume mesher governed by a (anisotropic) size and directional specification metric field.

- Participants: Houman Borouchaki, Paul Louis George, Frederic Hecht, Eric Saltel, Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Paul Louis George
- URL: <http://www.meshgems.com/volume-meshing.html>

### 3.10. GAMHIC 3D

KEYWORDS: Tetrahedral mesh - Delaunay - Isotropic size control - Automatic Mesher

#### SCIENTIFIC DESCRIPTION

Automatic tetrahedral mesher based on the Delaunay point insertion method. A metric field is provided specifying the desired size (edge length).

#### FUNCTIONAL DESCRIPTION

GAMHIC3D is a volume mesher governed by a (isotropic) size specification metric field.

- Participants: Houman Borouchaki, Paul Louis George, Frederic Hecht, Eric Saltel, Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Paul Louis George
- URL: <http://www.meshgems.com/volume-meshing.html>

### 3.11. GHS3D

KEYWORDS: Tetrahedral mesh - Delaunay - Automatic Mesher

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Automatic tetrahedral mesher based on the Delaunay point insertion method.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

GHS3D is an automatic volume mesher

- Participants: Paul Louis George, Houman Borouchaki, Eric Saltel, Frédéric Alauzet, Adrien Loseille and Frederic Hecht
- Contact: Paul Louis George
- URL: <http://www.meshgems.com/volume-meshing.html>

### 3.12. HEXOTIC

KEYWORDS: Hexahedral mesh - Octree - Automatic mesher

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Automatic full hexahedral mesher primarily based on an octree.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

HEXOTIC is an automatic hexahedral mesher

- Contact: Loïc Maréchal
- URL: <https://www.rocq.inria.fr/gamma/gamma/Membres/CIPD/Loic.Marechal/Research/Hexotic.html>

### 3.13. Metrix

KEYWORD: Scientific calculation

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Compute a metric field from a given solution field using various error estimates.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Metrix computes metric field from a given solution field using various error estimates. Available error estimates are feature-based and goal-oriented based error estimates for steady or unsteady fields. Metrix also performs operations on metrics: gradation, intersection, natural metric of a mesh.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.14. Nimbus 3D

KEYWORDS: Surface reconstruction - Point cloud

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Given a point cloud, a surface is constructed primarily based on a Delaunay approach.

## FUNCTIONAL DESCRIPTION

Nimbus3D is a surface reconstruction method piece of software

- Participants: Paul Louis George and Houman Borouchaki
- Contact: Paul Louis George
- URL: <http://www.meshgems.com/volume-meshing.html>

### 3.15. VIZIR

KEYWORDS: Mesh and solution visualization

## SCIENTIFIC DESCRIPTION

Interactive mesh and solution visualization for linear, and high order curved elements

## FUNCTIONAL DESCRIPTION

VIZIR is intended to visualize and modify interactively simplicial, hybrid and high order curved meshes.

- Participants: Julien Castelneau, Adrien Loseille and Alexis Loyer
- Contact: Adrien Loseille
- URL: <http://www-roc.inria.fr/gamma/gamma/vizir/>

### 3.16. Wolf

KEYWORD: Scientific calculation

## SCIENTIFIC DESCRIPTION

General solver platform containing all the Wolf modules: Wolf-Bloom, Wolf-Elast, Wolf-Interpol, Wolf-MovMsh, Wolf-Nsc, Wolf-Shrimp, Wolf-Spyder and Wolf-Xfem, for details see thereafter.

## FUNCTIONAL DESCRIPTION

Wolf is a general solver platform containing all the Wolf modules: Wolf-Bloom, Wolf-Elast, Wolf-Interpol, Wolf-MovMsh, Wolf-Nsc, Wolf-Shrimp, Wolf-Spyder and Wolf-Xfem.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.17. Wolf-Bloom

KEYWORD: Scientific calculation

## SCIENTIFIC DESCRIPTION

Structured boundary layer mesh generator using a pushing approach.

## FUNCTIONAL DESCRIPTION

Wolf-Bloom is a structured boundary layer mesh generator using a pushing approach. It start from an existing volume mesh and insert a structured boundary layer by pushing the volume mesh. The volume mesh deformation is solved with an elasticity analogy. Mesh-connectivity optimizations are performed to control volume mesh element quality.

- Participants: Frédéric Alauzet, Adrien Loseille and Dave Marcum
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.18. Wolf-Elast

KEYWORD: Scientific calculation

**SCIENTIFIC DESCRIPTION**

Linear elasticity solver using a P1 Finite-Element method.

**FUNCTIONAL DESCRIPTION**

Wolf-Elast is a linear elasticity solver using a P1 Finite-Element method. The Young and Poisson coefficient can be parametrized. The linear system is solved using the Conjugate Gradient method with the LUSGS preconditioner.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.19. Wolf-Interpol

**KEYWORD:** Scientific calculation

**SCIENTIFIC DESCRIPTION**

Software transferring scalar, vector and tensor fields from one mesh to another one.

**FUNCTIONAL DESCRIPTION**

Wolf-Interpol is a tool to transfer scalar, vector and tensor fields from a mesh to another one. Polynomial interpolation (from order 2 to 4) or conservative interpolation operators can be used. Wolf-Interpol also extract solutions along lines or surfaces.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.20. Wolf-MovMsh

**KEYWORD:** Scientific calculation

**SCIENTIFIC DESCRIPTION**

Moving mesh algorithm coupled with mesh-connectivity optimization.

**FUNCTIONAL DESCRIPTION**

Wolf-MovMsh is a moving mesh algorithm coupled with mesh-connectivity optimization. Mesh deformation is computed by means of a linear elasticity solver or a RBF interpolation. Smoothing and swapping mesh optimization are performed to maintain good mesh quality. It handles rigid or deformable bodies, and also rigid or deformable regions of the domain.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.21. Wolf-Nsc

**KEYWORD:** Scientific calculation

**SCIENTIFIC DESCRIPTION**

Numerical flow solver solving the compressible Navier-Stokes equations.

**FUNCTIONAL DESCRIPTION**

Wolf-Nsc is numerical flow solver solving steady or unsteady turbulent compressible Euler and Navier-Stokes equations. The available turbulent models are the Spalart-Almaras and the Menter SST k-omega. A mixed finite volume - finite element numerical method is used for the discretization. Second order spatial accuracy is reached thanks to MUSCL type methods. Explicit or implicit time integration are available. It also resolved dual (adjoint) problem and compute error estimate for mesh adaptation.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.22. Wolf-Shrimp

KEYWORD: Scientific calculation

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Mesh partitioner for parallel mesh generation and parallel computation.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Wolf-Shrimp is a generic mesh partitioner for parallel mesh generation and parallel computation. It can partition planar, surface (manifold and non manifold), and volume domain. Several partitioning methods are available: Hilbert-based, BFS, BFS with restart. It can work with or without weight function and can correct the partitions to have only one connected component.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.23. Wolf-Spyder

KEYWORD: Scientific calculation

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Metric-based mesh quality optimizer using vertex smoothing and edge/face swapping.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Wolf-Spyder is a metric-based mesh quality optimizer using vertex smoothing and edge/face swapping.

- Participants: Frédéric Alauzet and Adrien Loseille
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

### 3.24. Wolf-Xfem

KEYWORD: Scientific calculation

SCIENTIFIC DESCRIPTION

Tool providing the mesh of the intersection between a surface mesh and a volume mesh in the goal of simulating mechanical fractures.

FUNCTIONAL DESCRIPTION

Wolf-Xfem is a tool providing the mesh of the intersection between a surface mesh and a volume mesh.

- Participants: Frédéric Alauzet
- Contact: Frédéric Alauzet
- URL: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code\\_eng.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/Frederic.Alauzet/code_eng.html)

## 4. New Results

### 4.1. Remaillage adaptatif pour la mise en forme de tôles minces et de composites

**Participants:** Laurence Moreau [correspondant], Abel Cherouat, Houman Borouchaki.

Au cours des simulations numériques de mise en forme en 3D, les grandes déformations mises en jeu font que le maillage subit de fortes distorsions. Il est alors nécessaire de remailler continuellement la pièce afin de pouvoir capturer les détails géométriques des surfaces en contact, adapter la taille du maillage à la solution physique et surtout pouvoir effectuer la simulation jusqu'à la fin du procédé de mise en forme. Lorsque la pièce est comprise entre des outils rigides (cas de l'emboutissage), aux problèmes de remaillage s'ajoutent aussi des difficultés sur la gestion du contact entre les pièces. Une méthode couplant une stratégie de remaillage adaptatif et une technique de projection a été développée. Afin de pouvoir réaliser des simulations numériques de composites tissés, une procédure spécifique a été ajoutée au remaillage afin de pouvoir raffiner les éléments finis bi-composants (association d'éléments finis de barre et de membrane orientés matérialisant le comportement de fibres chaîne et trame).

Ce travail a donné lieu à 1 article.

### 4.2. Le formage incrémental : étude expérimentale, numérique et remaillage adaptatif

**Participants:** Laurence Moreau [correspondant], Abel Cherouat, Houman Borouchaki.

Le formage incrémental est un procédé de mise en forme récent permettant de mettre en forme des tôles minces grâce au déplacement d'un outil hémisphérique dont la trajectoire est pilotée par une machine à commande numérique. Ce procédé peu coûteux est une alternative intéressante à l'emboutissage traditionnel pour les entreprises réalisant des pièces de petite taille à usage unique ou en petite série comme les entreprises biomédicales (prothèses, implants personnalisés...). Cependant, il reste encore des développements importants sur le plan numérique et expérimental pour que ce procédé soit industrialisable : problèmes d'état de surface, de non-respect de la géométrie, risques de rupture. Nous avons étudié numériquement et expérimentalement ce procédé de formage incrémental : développement d'une méthode de remaillage adaptée à ce procédé, optimisation des paramètres du procédé, étude du formage incrémental à chaud, étude du formage incrémental robotisé.

Ce travail a donné lieu à 2 articles et 5 participations à des conférences internationales.

### 4.3. Reconstruction de surface 3D à partir d'images numériques 2D

**Participants:** Laurence Moreau [correspondant], Abel Cherouat, Houman Borouchaki.

Ces travaux portent sur la reconstruction 3D d'objets à partir de plusieurs photos prises via des caméras calibrées avec des points de vue différents couvrant la totalité de la surface de l'objet. La méthodologie générale consiste à apparier les pixels correspondants de deux photos et obtenir des positions 3D via une technique de triangulation.. L'idée originale réside dans une nouvelle méthodologie automatique d'appariement de pixels. Elle comprend trois étapes : un motif présentant un maillage triangulaire aléatoire est projeté sur l'objet 3D, le maillage est identifié sur chaque photo et la technique de triangulation est appliquée aux sommets de ce maillage. La méthodologie de reconstruction 3D a été appliquée à la modélisation géométrique du buste féminin afin d'envisager des simulations de comportements statique et dynamique de ce buste. Ces travaux ont conduit aussi à la conception et la réalisation d'une cabine d'acquisition permettant de prendre 24 prises de vue de manière simultanée depuis un ordinateur extérieur à la cabine.

Ce travail a donné lieu à 1 article et 2 participations à des conférences internationales.

#### **4.4. Modélisation numérique, remaillage adaptatif et optimisation pour la morphologie de nanofils**

**Participants:** Laurence Moreau [correspondant], Thomas Grosge.

L'objectif était de développer une méthode permettant de détecter et d'analyser la présence de nanomatériaux dans l'eau. Une voie possible consiste à étudier les effets liés aux couplages lumière-matière, c'est-à-dire la réponse photo-thermique des nanomatériaux illuminés par une onde électromagnétique. La méthode proposée consiste à étudier la réponse thermique du nanofil immergé sous l'illumination et à la relier à la bulle produite. Le problème multi physique est modélisé par un système d'équations couplées : équation de Helmholtz et équation de la chaleur. La résolution numérique de ces équations est effectuée par une méthode des éléments finis et un processus d'optimisation incluant des boucles de remaillages adaptatifs afin de contrôler la précision de la solution et assurer la convergence. Une étude de la morphologie de la bulle a été réalisée en fonction de paramètres géométriques et physiques. Deux fonctions permettant de relier la taille de la bulle à la taille et la forme du nanomatériau ont été définies. La résolution du modèle inverse, associé à ces fonctions, permettant de remonter à la morphologie du nanomatériau via celle de la bulle. L'efficacité et la pertinence du modèle ont été montrées en confrontant les résultats numériques aux résultats expérimentaux.

Ce travail a donné lieu à 3 articles et 2 participations à des conférences internationales

#### **4.5. Les outils de remaillage dans la simulation multi-physiques pour la fiabilisation des systèmes complexes**

**Participants:** Abel Cherouat [correspondant], Houman Borouchaki.

Le projet concerne la maîtrise des outils de simulation numérique multi-physique avec remaillage adaptatif 3D pour la prévention de la fiabilité des systèmes complexes. Les systèmes étudiés sont des structures comportant des composants et des architectures mécaniques. Ils sont fortement contraints car la partie électro-magnétique est très sensible aux vibrations, variations et dilatations thermiques, et agressions physico-chimiques qui existent habituellement dans les systèmes mécaniques. La fiabilisation représente des enjeux majeurs pour ces systèmes. L'objectif final est d'étudier la fiabilisation de ces systèmes par des approches hybrides qui combinent les outils de simulation éléments finis multi-physiques couplées avec adaptation en temps réel des maillages éléments finis en 3D. L'analyse de la fiabilité et la synthèse pouvant être appliquées en cas de défaillance pour maintenir l'exploitation des systèmes.

Ce travail a donné lieu à 4 articles et 2 participations à des conférences internationales.

#### **4.6. Les matériaux innovants : mousses métalliques - AMF, textiles techniques, composites et agro-composites : Modélisation mécanique, Simulation avec remaillage, Reconstitution 3D et Modélisation géométrique**

**Participants:** Abel Cherouat [correspondant], Houman Borouchaki, Shijie Zhu, Antony Sheedev.

Le contexte de l'étude sur les mousses est la modélisation du comportement mécanique, la reconstitution 3D de la morphologie des mousses à partir d'images tomographiques ou de la CAO géométrique, de l'optimisation et de la simulation de la déformation de mousse (métalliques ou AMF).

Le contexte de l'étude sur les agro-composites est la maîtrise des matières naturelles, l'allègement des structures et la valorisation de l'émergence des textiles biodégradables pour des applications industrielles. Les investigations concernent les aspects d'élaboration et mise en œuvre des textiles secs ou pré-imprégnés (tissés, UD cousu et mats), de caractérisation-modélisation comportementale multi-échelle et de mise au point d'outils d'aide à la décision et d'éco-conception des matériaux fonctionnels.

Le contexte de l'étude sur les composites est l'éco-réparation *in-situ* des structures industrielles intégrant l'hybridation de procédés émergents d'*additive manufacturing* et le frittage micro-onde avec l'utilisation de nouvelles résines ou nuances de matériaux, la numérisation 3D, l'impression ou collage par balayage et le contrôle non destructif.

Le contexte de l'étude sur les tissus biologiques est le développement de méthode d'obtention des paramètres mécaniques des tissus vivants et des informations pour l'amélioration des prothèses post-chirurgicale (un sein artificiel). Une approche médicale de la modélisation du sein et de sa déformabilité a pour objectif de prédire les déformations des tissus pendant les interventions en tenant compte des constituants (graisses, glandes, peau et ligaments), mais ne concerne pas le comportement du sein et son remodelage par le bonnet ou son comportement pendant le sport.

Ce travail a donné lieu à 11 articles et 8 participations à des conférences internationales.

#### **4.7. Reconstruction 3D à partir d'image vs Scanner 3D, Maillage adaptatif par vision embarquée sur drones autonomes**

**Participants:** Abel Cherouat [correspondant], Houman Borouchaki.

Dans le cadre de ce projet, on se propose de concevoir un système de reconstruction adaptative et temps réel de scènes 3D en se basant uniquement sur le flux d'images captées par une caméra embarquée sur un drone autonome. Un nuage de points peut être ainsi obtenu en traitant d'une manière efficace et temps-réel le flux d'images issues de la caméra mobile. Le nuage de points en temps réel est utilisé pour reconstruire les surfaces des objets constituant la scène, et surtout de quantifier la qualité de la reconstruction en fonction de la géométrie de ces surfaces. Les applications concernées sont les automates industriels, l'imagerie médicale, la *Smart Tracking*, la surveillance et la sécurité, la rétro-conception et la réalité augmentée, ...

Ce travail a donné lieu à 2 articles et 2 participations à des conférences internationales.

#### **4.8. Les outils de remaillage dans la simulation et l'optimisation de la mise en forme des matériaux**

**Participants:** Abel Cherouat [correspondant], Houman Borouchaki, Laurence Moreau.

L'objectif scientifique de ce projet est de développer des modèles théoriques, numériques et géométriques nécessaires à la mise au point de méthodologies de simulation numérique et d'optimisation de procédés de fabrication et de mise en forme de composants et de structures mécaniques en petites ou en grandes déformations. Une attention particulière est accordée à la génération de maillage, de remaillage et de maillage adaptatif isotrope et anisotrope plan (2D), surfacique (2,5D) et volumique (3D), ainsi que des méthodes d'optimisation de maillages (en particulier surfacique) ainsi que les couplages multi-physiques entre les différents phénomènes.

Ce travail a donné lieu à 13 articles et 4 participations à des conférences internationales.

#### **4.9. Applications du maillage et développements de méthodes avancées pour la cryptographie**

**Participants:** Thomas Grosge [correspondant], Dominique Barchiesi, Michael François.

L'utilisation des nombres (pseudo)-aléatoires a pris une dimension importante ces dernières décennies. De nombreuses applications dans le domaine des télécommunications, de la cryptographie, des simulations numériques ou encore des jeux de hasard, ont contribué au développement et à l'usage de ces nombres. Les méthodes utilisées pour la génération de tels nombres (pseudo)-aléatoires proviennent de deux types de processus : physique et algorithmique. Ce projet de recherche a donc pour objectif principal le développement de nouveaux procédés de génération de clés de chiffrement, dits "exotiques", basés sur des processus physiques, multi-échelles, multi-domaines assurant un niveau élevé de sécurité. Deux classes de générateurs basés sur des principes de mesures physiques et des processus mathématiques ont été développés.



La première classe de générateurs exploite la réponse d'un système physique servant de source pour la génération des séquences aléatoires. Cette classe utilise aussi bien des résultats de simulations que des résultats de mesures interférométriques pour produire des séquences de nombres aléatoires. L'application du maillage adaptatif sert au contrôle de l'erreur sur la solution des champs physiques (simulés ou mesurés). À partir de ces cartes physiques, un maillage avec estimateur d'erreur sur l'entropie du système est appliqué. Celui-ci permet de redistribuer les positions spatiales des noeuds. L'étude (locale) de la réduction d'entropie des clés tout au long de la chaîne de création et l'étude (globale) de l'entropie de l'espace des clés générées sont réalisées à partir de tests statistiques.

La seconde classe de générateurs porte sur le développement de méthodes avancées et est basée sur l'exploitation de fonctions chaotiques en utilisant les sorties de ces fonctions comme indice de permutation sur un vecteur initial. Ce projet s'intéresse également aux systèmes de chiffrement pour la protection des données et deux algorithmes de chiffrement d'images utilisant des fonctions chaotiques sont développés et analysés. Ces algorithmes utilisent un processus de permutation-substitution sur les bits de l'image originale. Une analyse statistique approfondie confirme la pertinence des cryptosystèmes développés. Les résultats de cette recherche se sont vu récompensés par un premier prix décerné par EURASIP (European Association in Signal Processing) en 2016 ("Best paper award of the EURASIP).

#### 4.10. Méthodes avancées pour la nanomorphologie des nanotubes/fils en suspension liquide"

**Participants:** Thomas Grosge [correspondant], Dominique Barchiesi, Abel Cherouat, Houman Borouchaki, Laurence Giraud-Moreau, Anis Chaari.

**Validité du projet:** 2011-2015.

**Production scientifique:** 1 thèse soutenue en 2016 (A. Chaari), 3 articles publiés, 1 conférence internationale (PIERS 2014), 2 conférences nationales (CSMA 2013 et CSMA 2015).

Ce projet de recherche (NANOMORPH) a pour objet principal le développement et la mise au point d'une instrumentation optique pour déterminer la distribution en tailles et le coefficient de forme de nanofils (NF) ou de nanotubes (NT) en suspension dans un écoulement. Au cours de ce projet, deux types de techniques optiques complémentaires sont développées. La première, basée sur la diffusion statique de la lumière, nécessite d'étudier au préalable la physico-chimie de la dispersion, la stabilisation et l'orientation des nanofils dans les milieux d'étude. La seconde méthode, basée sur une méthode opto-photothermique pulsée, nécessite en sus, la modélisation de l'interaction laser/nanofils, ainsi que l'étude des phénomènes multiphysiques induits par ce processus. L'implication de l'équipe-projet GAMMA3 concerne principalement la simulation multiphysique de l'interaction laser-nanofils et l'évolution temporelle des bulles et leurs formations. L'une des principales difficultés de ces problématiques est que la géométrie du domaine est variable (à la fois au sens géométrique et topologique). Ces simulations ne peuvent donc être réalisées que dans un schéma adaptatif de calcul nécessitant le remaillage tridimensionnel mobile, déformable avec topologie variable du domaine (formation et évolution des bulles au cours du temps et de l'espace).

#### 4.11. Méthodes de résolutions avancées et modélisation électromagnétique-thermique-mécanique à l'échelle mesoscopique

**Participants:** Dominique Barchiesi [correspondant], Abel Cherouat, Thomas Grosge, Houman Borouchaki, Laurence Giraud-Moreau, Sameh Kessentini, Anis Chaari, Fadhil Mezghani

**Validité du projet:** 2009-2016 (thèse de Fadhil Mezghani initiée en 2012 coencadrée par D. Barchiesi et A. Cherouat).

**Production scientifique:** 2 thèses soutenues (S. Kessentini, 22/10/2012 et F. Mezghani), 15 articles publiés, 6 conférences.

Le contrôle et l'adaptation du maillage lors de la résolution de problèmes couplés et/ou non linéaires reste un problème ouvert et fortement dépendant du type de couplage physique entre les EDP à résoudre. Notre objectif est de développer des modèles stables afin de calculer les dilatations induites par l'absorption d'énergie électromagnétique, par des structures matérielles inférieures au micron. Les structures étudiées sont en particulier des nanoparticules métalliques en condition de résonance plasmon. Dans ce cas, un maximum d'énergie absorbée est attendu, accompagné d'un maximum d'élévation de température et de dilatation. Il faut en particulier développer des modèles permettant de simuler le comportement multiphysique de particules de formes quelconques, pour une gamme de fréquences du laser d'éclairage assez étendue afin d'obtenir une étude spectroscopique de la température et de la dilatation. L'objectif intermédiaire est de pouvoir quantifier la dilatation en fonction de la puissance laser incidente. Le calcul doit donc être dimensionné et permettre finalement des applications dans les domaines des capteurs et de l'ingénierie biomédicale. En effet, ces nanoparticules métalliques sont utilisées à la fois pour le traitement des cancers superficiels par nécrose de tumeur sous éclairage adéquat, dans la fenêtres de transparence cellulaire. Déposées sur un substrat de verre, ces nanoparticules permettent de construire des capteurs utilisant la résonance plasmon pour être plus sensibles (voir projet européen *Nanoantenna* et l'activité génération de nombres aléatoires). Cependant, dans les deux cas, il est nécessaire, en environnement complexe de déterminer la température locale, voire la dilatation de ces nanoparticules, pouvant conduire à un désaccord du capteur, la résonance plasmon étant très sensible aux paramètres géométriques et matériels des nanostructures. En ce sens, l'étude permet d'aller plus loin que la "simple" interaction électromagnétique avec la matière du projet européen *Nanoantenna*.

Le travail a constitué en la poursuite de l'étude des spécificités de ce type de problème multiphysique pour des structures de forme simple et la mise en place de fonctions test, de référence, pour les développements de maillage adaptatifs pour les modèles multiphysiques éléments finis. Nous espérons pouvoir proposer un projet ANR couplant les points de vue microscopiques et macroscopiques dans les prochaines années.

#### 4.12. Problèmes de magnétostatique sur maillage de grande taille et multi-échelle

**Participants:** Dominique Barchiesi [correspondant], Thomas Grosgees, Houman Borouchaki, Brahim Yahiaoui  
**Validité du projet:** 2013-2015. Post-doc Brahin Yahiaoui.

Le projet Flyprod concerne l'étude du stockage d'électricité par volant d'inertie lévité et financé par l'ADEME. Une technologie brevetée innovante et stratégique permettant à des acteurs majeurs de la distribution électrique de stocker de l'énergie pour des périodes de fortes consommations. D'un point de vue écologique, un volant d'inertie n'émet ni gaz à effet de serre, ni produits chimiques nocifs pour l'environnement. Les partenaires pour ce projet sont LEVISYS, Université de Technologie de Troyes, SCLE SFE (COFELY INEO, Groupe GDFSUEZ), CIRTEM, Conseil Général de l'Aube. Les dispositifs mis en oeuvre nécessitent des études approfondies pour rendre les volants d'inertie économiquement viables. La recherche a consisté à développer un programme informatique permettant une simulation assistée par ordinateur. Il permet plus précisément de calculer les champs magnétiques et de concevoir les pièces du volant d'inertie afin de garantir une perte minimale d'énergie. Le champ magnétique doit être calculé en un temps raisonnable sur des distances spatiales réduites. L'approche utilisée pour répondre à ces objectifs est appliquée sur un maillage fourni par le logiciel Optiform (un remaillleur adaptatif volumique développé par l'équipe GAMMA3). Les résultats obtenus ont permis d'optimiser la structure du volant d'inertie et d'atteindre une efficacité de stockage de 97%, permettant de valider la pertinence du volant et de confirmer sa fabrication.

#### 4.13. Element metric, element quality and interpolation error metric

**Participants:** Paul Louis George [correspondant], Houman Borouchaki.

The metric of a simplex of  $\mathbb{R}^d$  is a metric tensor (symmetric positive definite matrix) in which the element is unity (regular with unit edge lengths). This notion is related to the problem of interpolation error of a given field over a mesh. Let  $K$  be a simplex and let us denote by  $v_{ij}$  the vector joining vertex  $i$  and vertex  $j$  of  $K$ . The metric of  $K$  can be written as:

$$\mathcal{M} = \frac{d+1}{2} \left( \sum_{i < j} v_{ij} {}^t v_{ij} \right)^{-1},$$

where  $v_{ij} {}^t v_{ij}$  is a  $d \times d$  rank 1 matrix related to edge  $ij$ .

The metric of a simplex also characterizes the element shape. In particular, if it is the identity, the element is unity. Hence, to define the shape quality of an element, one can determine the gap of the element metric  $\mathcal{M}$  and the identity using different measures based on the eigenvalues  $\lambda_i = \frac{1}{h_i^2}$  of  $\mathcal{M}$  or those of  $\mathcal{M}^{-1}$ , e.g.  $h_i^2$ . Notice that metric  $\mathcal{M}^{-1}$  is directly related to the geometry of the element (edge length, facet area, element volume). The first algebraic shape quality measure ranging from 0 to 1 is defined as the ratio of the geometric average of the eigenvalues of  $\mathcal{M}^{-1}$  and their arithmetic average:

$$q(K) = \frac{\left( \prod_i h_i^2 \right)^{\frac{1}{d}}}{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d h_i^2} = d \frac{(\det(\mathcal{M}^{-1}))^{\frac{1}{d}}}{\text{tr}(\mathcal{M}^{-1})}.$$

As the geometric average is smaller than the arithmetic average, this measure is well defined. In addition, it is the algebraic reading of the well-known quality measure defined by:

$$q^{\frac{d}{2}}(K) = (d!) d^{\frac{d}{2}} (d+1)^{\frac{d-1}{2}} \frac{|K|^{\frac{d}{2}}}{\left( \sum_{i < j} l_{ij}^2 \right)^{\frac{d}{2}}},$$

where the volume and the square of the edge lengths are involved. The algebraic meaning justifies the above geometric measure. The second algebraic shape quality measure is defined as the ratio of the harmonic average of the eigenvalues of  $\mathcal{M}^{-1}$  and their arithmetic average (ranging also from 0 to 1):

$$q(K) = \frac{\left\{ \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \frac{1}{h_i^2} \right\}^{-1}}{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d h_i^2} = \frac{d^2}{\text{tr}(\mathcal{M}) \text{tr}(\mathcal{M}^{-1})}.$$

As above, this measure is well defined, the harmonic average being smaller the arithmetic one. From this measure, one can derive another well-known measure involving the roundness and the size of an element (measure which is widely used for convergence issues in finite element methods).

Note that these measures use the invariants of  $\mathcal{M}^{-1}$  or  $\mathcal{M}$  and thus can be evaluated from the coefficients of the characteristic polynomial of those matrices (avoiding the effective calculation of their eigenvalues). Another advantage of the above algebraic shape measures is their easy extensions in an arbitrary Euclidean space. Indeed, if  $\mathcal{E}$  is the metric of such a space, the algebraic shape measures read:

$$q_{\mathcal{E}}(K) = d \frac{(\det(\mathcal{M}^{-1} \mathcal{E}))^{\frac{1}{d}}}{\text{tr}(\mathcal{M}^{-1} \mathcal{E})}, \quad q_{\mathcal{E}}(K) = \frac{d^2}{\text{tr}(\mathcal{E}^{-1} \mathcal{M}) \text{tr}(\mathcal{M}^{-1} \mathcal{E})}.$$

This work has been published in a journal, [8].

Following this notion of a element metric, a natural work was done regarding how to define the element metric so as to achieve a given accuracy for the interpolation error of a function using a finite element approximation by means of simplices of arbitrary degree.

This is a new approach for the majoration of the interpolation error of a polynomial function of arbitrary degree  $n$  interpolated by a polynomial function of degree  $n - 1$ . From that results a metric, the so-called interpolation metric, which allows for a control of the error. The method is based on the geometric and algebraic properties of the metric of a given element, metric in which the element is regular and unit. The interpolation metric plays an important role in advanced computations based on mesh adaptation. The method relies in a Bezier reading of the functions combined with Taylor expansions. In this way, the error in a given element is fully controled at the time the edges of the element are controled.

It is shown that the error is bounded as

$$|e(X)| \leq C \sum_{i < j} f^{(n)}(\cdot)(v_{ij}, v_{ij}, \dots, v_{ij}),$$

where  $C$  is a constant depending on  $d$  and  $n$ ,  $v_{ij}$  is the edge from the vertices of  $K$  of index  $i$  and  $j$ ,  $f^{(n)}(\cdot)$  is the derivative of order  $n$  of  $f$  applied to a  $n$ -uple uniquely composed of  $v_{ij}$ . If we consider the case  $d = 2$  and  $u = (x, y)$  is a vector in  $\mathbb{R}^2$ , we have

$$f^{(n)}(\cdot)(u, u, \dots, u) = \sum_{i=0}^{n-2} x^{n-2-i} y^i {}^t u (C_i^{n-2} \mathcal{H}_{(n-2, n-2-i, i)}) u,$$

where the quadratic forms  $\mathcal{H}_{(n-2, n-2-i, i)}$  are defined by the matrices of order 2 (with constant entries):

$$\mathcal{H}_{(n-2, n-2-i, i)} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^{(n)} f}{\partial x_1^{n-i} \partial x_2^i} & \frac{\partial^{(n)} f}{\partial x_1^{n-1-i} \partial x_2^{i+1}} \\ \frac{\partial^{(n)} f}{\partial x_1^{n-1-i} \partial x_2^{i+1}} & \frac{\partial^{(n)} f}{\partial x_1^{n-2-i} \partial x_2^{i+2}} \end{pmatrix},$$

those matrices being the Hessians of the derivatives of  $f$  of order  $n - 2$ .

This work resulted in a paper submitted in a journal and currently under revision.

## 4.14. Realistic modeling of fractured geologic media

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Géraldine Pichot.

This study, in collaboration with project-team Serena, aims to model, in a realistic and efficient manner, natural fractured media. These media are characterized by their diversity of structures and organizations. Numerous studies in the past decades have evidenced the existence of characteristic structures at multiple scales. At fracture scale, the aperture distribution is widely correlated and heterogeneous. At network scale, the topology is complex resulting from mutual mechanical interactions as well as from major stresses. Geometric modeling of fractured networks combines in a non-standard way a large number of 2D fractures interconnected in the 3D space. Intricate local configurations of fracture intersections require original methods of geometric modeling and mesh generation. We have developed in 2016 a software package that automatically builds geometric models and surface meshes of random fracture networks. The results are highly promising and we now want to continue this research to further improve the element quality in complex configurations, take into account multiple size scales in large fracture networks (up to thousands of fractures), and compare several modeling strategies (mixed hybrid finite elements, projected grids, mortar elements) [13].

## 4.15. Parallel meshing of surfaces defined by collections of connected regions

**Participant:** Patrick Laug [correspondant].

In CAD (computer aided design) environments, a surface is commonly modeled as a collection of connected regions represented by parametric mappings. For meshing such a composite surface, a parallelized indirect approach with dynamic load balancing can be used on a shared memory system. However, this methodology can be inefficient in practice because most existing CAD systems use memory caches that are only appropriate to a sequential process. As part of the sabbatical year of P. Laug at Polytechnique Montréal in 2014/2015, two solutions have been proposed, referred to as the Pirate approach and the Discrete approach. In the first approach, the Pirate library can be efficiently called in parallel since no caching is used for the storage or evaluation of geometric primitives. In the second approach, the CAD environment is replaced by internal procedures interpolating a discrete geometric support. In 2016, the dynamic load balancing has been analyzed and improved. Significant modifications to the Pirate library have been made, and new numerical tests on three different computers (4, 8 and 64 cores) have been carried out, now showing an almost linear scaling of the method in all cases [10].

## 4.16. Discrete CAD model for visualization and meshing

**Participants:** Patrick Laug [correspondant], Houman Borouchaki.

During the design of an object using a CAD (computer aided design) platform, the user can visualize the ongoing model at every moment. Visualization is based on a discrete representation of the model that coexists with the exact analytical representation of the object. Most CAD systems have this discrete representation available, and each of them applies its own construction methodology. We have developed in 2016 a method to build a discrete model for CAD surfaces (the model is quadtree-based and subdivided into quadrilaterals and triangles). The method presents two major particularities: most elements are aligned with iso-parametric curves and the accuracy of the surface approximation is controlled. In addition, we have proposed a new technique of surface mesh generation that is based on this discrete model. This approach has been implemented as a part of a surface mesher called ALIEN, and several examples have demonstrate the robustness and computational efficiency of the program, as well as the quality of the geometric support [14], [15].

## 4.17. Visualization and modification of high-order curved meshes

**Participants:** Alexis Loyer, Dave Marcum, Adrien Loseille [correspondant].

During the partnership between Inria and Distene, a new visualization software has been designed. It address the typical operations that are required to quickly assess the newly algorithm developed in the team. In particular, interactive modifications of high-order curved mesh and hybrid meshes has been addressed. The software VIZIR is freely available at <https://www.rocq.inria.fr/gamma/gamma/vizir/>.

## 4.18. Adaptation de maillages pour des écoulements visqueux en turbomachine

**Participants:** Frédéric Alauzet, Loïc Frazza, Adrien Loseille [correspondant].

### 4.18.1. Calcul.

Les prémices d'une adaptation pour les écoulements Navier-Stokes turbulents ont été testés sur des calculs de turbomachine. Pour ce faire nous avons tout d'abord traité les particularités liées aux calculs en turbomachine: - Les aubes présentent en général une périodicité par rotation et on ne simule donc qu'une période afin d'alléger les calculs. Il faut donc traiter cette périodicité de façon appropriée dans le code CFD et l'adaptation de maillage. - Afin de prendre en compte la rotation des pales sans employer de maillages mobiles et simulations instationnaires on peut se placer dans le référentiel tournant de l'aube en corrigeant les équations. - Les écoulements en turbomachine sont des écoulements clos, les conditions limites d'entrée et de sortie ont donc une influence très forte et peuvent de plus se trouver très près de la turbine afin de simuler la présence d'autres étages en amont ou aval. Des conditions limites bien précises ont donc été développées afin de traiter correctement ces effets.

#### 4.18.2. Adaptation.

Pour l'adaptation de maillages deux particularités doivent être traitées ici, la périodicité du maillage et la couche limite turbulente.

En 2D, la couche limite turbulente est automatiquement adaptée avec la méthode metric orthogonal et la périodicité du maillage est garantie par un traitement spécial des frontières. Les estimateurs d'erreurs Navier-Stokes et RANS n'étant pas encore au point nous avons utilisé la Hessienne du Mach de l'écoulement comme senseur ce qui donne déjà des résultats satisfaisants.

En 3D la méthode metric orthogonal est beaucoup plus complexe à mettre en oeuvre et n'est pas encore au point. La couche limite a donc été exclue de l'adaptation, le maillage est adapté uniquement dans le volume en utilisant la Hessienne du Mach de l'écoulement comme senseur. La périodicité n'étant pas traitée non plus, les frontières périodiques restent inchangées ce qui garantie leur périodicité.

#### 4.18.3. Norm-Oriented.

Dans le cadre de la théorie Norm-Oriented, afin de contrôler l'erreur implicite des schémas numériques, un correcteur a été développé et testé. Etant donné un maillage et la solution numérique obtenue avec, le résidu de cette solution projeté sur un maillage deux fois plus fin est accumulé sur le maillage initial. Ce défaut de résidu est utilisé comme terme source dans une seconde simulation plus courte. La nouvelle solution toujours sur le même maillage est plus proche de la solution exacte et donne une bonne estimation de l'erreur.

### 4.19. Metric-orthogonal and metric-aligned mesh adaptation

**Participants:** Frédéric Alauzet, Loïc Frazza, Adrien Loseille, Dave Marcum [correspondant].

A new algorithm to derive adaptive meshes has been introduced through new cavity-based algorithms. It allows to generate anisotropic surface and volume mesh that are aligned along the eigenvector directions. This allows us to improve the quality of the meshes and to deal naturally with boundary layer mesh generation.

Die orthogonale metric Methode erzeugt 2D-Elemente mit einem Rand, der mit der Hauptrichtung der Metrik ausgerichtet ist und einem zweiten Rand, der rechtwinklig zur ersten ist. Das erzeugende Gitter ist so örtlich strukturiert wo es Anisotropie gibt. Dieses Methode wurde erfolgreich zur automatischen strukturierten Gitter Erzeugung in der turbulenten Grenzschichten für Turbomaschinen Simulationen angewendet.

### 4.20. Parallel mesh adaptation

**Participants:** Frédéric Alauzet, Adrien Loseille [correspondant].

We devise a strategy in order to generate large-size adapted anisotropic meshes  $O(10^8 - 10^9)$  as required in many fields of application in scientific computing. We target moderate scale parallel computational resources as typically found in R&D units where the number of cores ranges in  $O(10^2 - 10^3)$ . Both distributed and shared memory architectures are handled. Our strategy is based on hierarchical domain splitting algorithm to remesh the partitions in parallel. Both the volume and the surface mesh are adapted simultaneously and the efficiency of the method is independent of the complexity of the geometry. The originality of the method relies on (i) a metric-based static load-balancing, (ii) dedicated hierarchical mesh partitioning techniques to (re)split the (complex) interfaces meshes, (iii) anisotropic Delaunay cavity to define the interface meshes, (iv) a fast, robust and generic sequential cavity-based mesh modification kernel, and (v) out-of-core storing of completing parts to reduce the memory footprint. We are able to generate (uniform, isotropic and anisotropic) meshes with more than 1 billion tetrahedra in less than 20 minutes on 120 cores [11].

### 4.21. Unsteady adjoint computation on dynamic meshes

**Participants:** Eléonore Gauci, Frédéric Alauzet [correspondant].

Adjoint formulations for unsteady problems are less common due to the extra complexity inherent in the numerical solution and storage but these methods are a great option in engineering because it takes more into account the cost function we want to minimize. Moreover the engineering applications involve moving bodies and this motion must be taken into account by the governing flow equations. We develop a model of unsteady adjoint solver on moving mesh problems. The derivation of the adjoint formulation based on the ALE form of the equations requires consideration of the dynamic meshes. Our model takes into account the DGCL.

## 4.22. Line solver for efficient stiff parse system resolution

**Participants:** Loïc Frazza, Frédéric Alauzet [correspondant].

Afin d'accélérer la résolution des problèmes raides, un line-solver a été développé. Cette méthode extrait tout d'abord des lignes dans le maillage du problème selon des critères géométriques ou physiques. Le problème peut alors être résolu exactement le long de ces lignes à moindre coût. Cette méthode est particulièrement bien adaptée aux cas où l'information se propage selon une direction privilégiée tels que les chocs, les couches limites ou les sillages. Ces cas sont généralement associés à des maillages très étirés ce qui conduit à des problèmes raides mais quasi-unidimensionnels. Ils peuvent donc être résolus efficacement par un line-solver, réduisant ainsi les temps de calculs tout en gagnant en robustesse.

## 4.23. Error estimate for high-order solution field

**Participants:** Olivier Coulaud, Adrien Loseille [correspondant].

Afin de produire des solveurs d'ordre élevé, et ainsi répondre aux exigences inhérentes à la résolution de problèmes physiques complexes, nous développons une méthode d'adaptation de maillage d'ordre élevé. Celle-ci est basée sur le contrôle par une métrique de l'erreur d'interpolation induite par le maillage du domaine. Plus précisément, pour une solution donnée, l'erreur d'interpolation d'ordre  $k$  est paramétrée par la forme différentielle  $(k + 1)^{\text{ième}}$  de cette solution, et le problème se réduit à trouver la plus grande ellipse incluse dans une ligne de niveau de cette différentielle. La méthode que nous avons mise au point théoriquement et numériquement est appelée "log-simplex", et permet de produire des maillages adaptés d'ordre élevé dans un temps raisonnable, et ce en dimension 2 et 3. À l'occasion de l'International Meshing Roundtable 2016, ce travail a été présenté et publié. D'autres applications de cette méthode sont en cours d'exploitation, comme par exemple la génération de maillages adaptés courbes de surface, ou le couplage avec un solveur d'ordre élevé.

## 4.24. Méthode d'immersion de frontières pour la mécanique des fluides

**Participants:** Frédéric Alauzet [correspondant], Rémi Feuillet, Adrien Loseille.

Dans les méthodes de résolution classiques des problèmes d'interaction fluide-structure, il est usuel de représenter l'objet de manière exacte dans le maillage, c'est-à-dire avec des éléments conformes à l'objet : le maillage possède des triangles dont une arête correspond avec le bord de la géométrie immergée. Cette méthode quoique plus précise est très coûteuse en preprocessing. C'est dans ce cadre qu'est introduite la notion d'immersion de frontière (embedded geometry en anglais). Cette méthode consiste à représenter la géométrie de manière fictive. Le maillage de calcul n'est de fait plus nécessairement conforme à la géométrie de l'objet. Il s'agit donc de s'intéresser aux modifications nécessaires sur les méthodes classiques pour faire un calcul dans le cadre de l'immersion de frontières. Cela concerne les conditions aux limites et l'avancée en temps. On s'intéresse également à l'adaptation de maillage pour le cas de l'immersion. La finalité de tout ce travail est d'effectuer des calculs de coefficients aérodynamiques (portance, traînée) et de trouver des résultats du même ordre de précision que ceux en géométrie inscrite.

## 4.25. Optimisation de formes et CAO

**Participants:** Frédéric Alauzet [correspondant], Jean de Becdelièvre, Adrien Loseille.

Pour ce stage de 3 mois, l'objectif était de réaliser entièrement une optimisation aérodynamique, de la génération des modèles 3D aux calculs de la forme optimisée. Le modèle choisi était l'aile du C.R.M. (Common Research Model) de la NASA qui a été extensivement testé en soufflerie. Durant la première phase du projet, l'outil EGADS (Engineering Geometry Aircraft Design System) développé par le Aerospace Computational Design Lab (M.I.T) a été utilisé pour générer des modèles 3D paramétriques. À cette occasion, un outil facilement réutilisable de génération de modèle d'aile a été développé, ainsi que des outils de modification des modèles C.A.D. sous EGADS. Les maillages surfaciques de ces modèles ont été créés par EGADS directement et modifiés immédiatement par AMG pour les adapter au calcul. Les maillages volumiques ont, eux, été générés par GHS3D. Des calculs non visqueux sur des maillages adaptés ont alors permis d'obtenir des résultats, et de répéter l'opération jusqu'à obtenir un minimum. L'originalité de cette optimisation est que chaque calcul, à chaque itération de l'optimiseur, utilise un maillage adapté à l'aide des solutions des calculs précédents ; ce qui permet de réduire les coûts de calcul et d'augmenter la précision.

## 4.26. Boundary layer mesh generation

**Participants:** Frédéric Alauzet [correspondant], Adrien Loseille, Dave Marcum.

A closed advancing-layer method for generating high-aspect-ratio elements in the boundary layer (BL) region has been developed. This approach provides an answer to the mesh generation robustness issue as it starts from an existing valid mesh and always guarantees a valid mesh in output. And, it handles very efficiently and naturally BL front collisions and it produces a natural smooth anisotropic blending between colliding layers. In addition, it provides a robust strategy to couple unstructured anisotropic mesh adaptation and high-aspect-ratio element pseudo-structured BL meshes. To this end, the mesh deformation is performed using the metric field associated with the given anisotropic meshes to maintain the adaptivity while inflating the BL. This approach utilizes a recently developed connectivity optimization based moving mesh strategy for deforming the volume mesh as the BL is inflated. In regards to the BL mesh generation, it features state-of-art capabilities, including, optimal normal evaluation, normal smoothing, blended BL termination, mixed-elements BL, varying growth rate, and BL imprinting on curved surfaces. Results for typical aerospace configurations are presented to assess the proposed strategy on both simple and complex geometries.

# 5. Bilateral Contracts and Grants with Industry

## 5.1. Bilateral Contracts with Industry

- The Boeing Company,
- Safran-Tech,
- Projet Rapid (DGA) avec Lemma.

# 6. Partnerships and Cooperations

## 6.1. National Initiatives

### 6.1.1. ANR

F. Alauzet, N. Barral, V. Menier and A. Loseille are part of the MAIDESC ANR (2013-2015) on mesh adaptation for moving interfaces in CFD.

T. Grosgees, D. Barchiesi, A. Cherouat, H. Borouchaki, L. Giraud-Moreau and A. Chaari sont membres de l'ANR NONOMOPRH (2011-2016) sur le développement et la mise au point d'une instrumentation optique pour déterminer la distribution en tailles et le coefficient de forme de nanofils (NF) ou de nanotubes (NT) en suspension dans un écoulement.



## 6.2. European Initiatives

### 6.2.1. FP7 & H2020 Projects

- UMRIDA <https://sites.google.com/a/numeca.be/umrida/>

## 6.3. International Initiatives

### 6.3.1. Inria Associate Teams Not Involved in an Inria International Labs

#### 6.3.1.1. AM2NS

Title: Advanced Meshing Methods for Numerical Simulations

International Partner (Institution - Laboratory - Researcher):

Mississippi State University (United States) - Center for Advanced Vehicular Systems -  
Computational Fluid Dynamics Dept. (CAVS-CFD) - Marcum David

Start year: 2014

See also: [https://www.rocq.inria.fr/gamma/gamma/Membres/CIPD/Frederic.Alauzet/AssociateTeam\\_AM2NS/AT\\_am2ns.html](https://www.rocq.inria.fr/gamma/gamma/Membres/CIPD/Frederic.Alauzet/AssociateTeam_AM2NS/AT_am2ns.html)

Numerical simulation is now mature and has become an integral part of design in science and engineering applications. Meshing, i.e., discretizing the computational domain, is at the core of the computational pipeline and a key element to significant improvements. The AM2NS Associate Team focus on developing the next generation of automated meshing methods to improve their robustness and the mesh quality to solve the ever increasing complexity of numerical simulations. Four major meshing issues are targeted: (i) more robustness for mesh generation methods in recovering a given data set, (ii) higher quality for anisotropic adapted meshes via constraint alignment, (iii) higher quality for boundary layer meshes near geometry singularities, and (iv) more robustness in handling complex displacement for moving mesh methods. The impact of this collaborative research will be to provide more reliable solution output predictions in an automated manner by using these new meshing methods.

## 7. Dissemination

### 7.1. Promoting Scientific Activities

#### 7.1.1. Scientific Events Organisation

##### 7.1.1.1. Member of the Organizing Committees

A. Loseille is a committee member of the International Meshing Roundtable.

#### 7.1.2. Scientific Events Selection

##### 7.1.2.1. Member of the Conference Program Committees

P. Laug has been a Member of the Conference Committee of The 13th ISGG Symposium on Numerical Grid Generation, hosted at The 20th IMACS World Congress, Xiamen, China, 10-14 Dec. 2016.

##### 7.1.2.2. Reviewer

Team members have reviewed papers for the International Meshing Roundtable and MASCOT/ISGG.

#### 7.1.3. Journal

##### 7.1.3.1. Reviewer - Reviewing Activities

Team members have reviewed manuscripts submitted to International Journal for Numerical Methods in Engineering, Journal of Computational Physics, Computers and Structures, Engineering with Computers, MATCOM, SIAM Journal.

### 7.1.4. Scientific Expertise

P. Laug has been a Member of a Site Visit Committee for an Industrial Research Chair application at the NSERC/CRSNG (Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada / Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada), Université Laval, Quebec City, Nov. 2016.

## 7.2. Teaching - Supervision - Juries

HdR : Laurence Moreau, Méthodes de remaillage et d'optimisation pour la simulation numérique, mémoire d'Habilitation à diriger des Recherches, Université de Technologie de Troyes, 26 Mai 2015.

### 7.2.1. Juries

- F. Alauzet a été Président du jury d'HDR de G. Puigt (Université de Toulouse)
- P. L. George a été rapporteur du jury de thèse de G. Brèthes (Inria Sophia)
- A. Loseille a été examinateur pour la thèse d'A. Botella (Université de Lorraine)

## 8. Bibliography

### Publications of the year

#### Articles in International Peer-Reviewed Journals

- [1] F. ALAUZET. *A parallel matrix-free conservative solution interpolation on unstructured tetrahedral meshes*, in "Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering", February 2016, vol. 299, 26 p. [DOI : 10.1016/J.CMA.2015.10.012], <https://hal.inria.fr/hal-01426163>
- [2] F. ALAUZET, B. FABRÈGES, M. A. FERNÁNDEZ, M. LANDAJUELA. *Nitsche-XFEM for the coupling of an incompressible fluid with immersed thin-walled structures*, in "Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering", January 2016, vol. 301, pp. 300-335 [DOI : 10.1016/J.CMA.2015.12.015], <https://hal.inria.fr/hal-01149225>
- [3] F. ALAUZET, A. LOSEILLE. *A Decade of Progress on Anisotropic Mesh Adaptation for Computational Fluid Dynamics*, in "Computer-Aided Design", March 2016, vol. 72, pp. 13–39 [DOI : 10.1016/J.CAD.2015.09.005], <https://hal.inria.fr/hal-01426159>
- [4] S. BADREDDINE, L. GIRAUD-MOREAU, A. CHEROUAT. *Optimization of the single point incremental forming process for titanium sheets by using response surface*, in "MATEC Web of Conferences", 2016, vol. 80, 5 p. , <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01438358>
- [5] N. BARRAL, G. OLIVIER, F. ALAUZET. *Time-accurate anisotropic mesh adaptation for three-dimensional time-dependent problems with body-fitted moving geometries*, in "Journal of Computational Physics", February 2017, vol. 331, pp. 157–187 [DOI : 10.1016/J.JCP.2016.11.029], <https://hal.inria.fr/hal-01426156>
- [6] F. J. COLAS, M. COTTAT, R. GILLIBERT, N. GUILLOT, N. DJAKER, N. LIDGI-GUIGUI, T. TOURY, D. BARCHIESI, A. TOMA, E. D. FABRIZIO, P. GUCCIARDI, M. LAMY DE LA CHAPELLE. *Red-Shift Effects in Surface Enhanced Raman Spectroscopy: Spectral or Intensity Dependence of the Near-Field?*, in "The Journal of Physical Chemistry C", 2016, vol. 120, n<sup>o</sup> 25, pp. 13675-13683 [DOI : 10.1021/ACS.JPCC.6B01492], <https://hal.inria.fr/hal-01441504>

- [7] O. COULAUD, A. LOSEILLE. *Very High Order Anisotropic Metric-Based Mesh Adaptation in 3D*, in "Procedia Engineering", 2016, vol. 163, pp. 353 - 365 [DOI : 10.1016/J.PROENG.2016.11.071], <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01438226>
- [8] P. L. GEORGE, H. BOROUCAKI. *Element metric*, in "Comptes Rendus Mathématique", December 2016, vol. 355, pp. 105 - 112 [DOI : 10.1016/J.CRMA.2016.11.007], <https://hal.inria.fr/hal-01431689>
- [9] T. GROSGES, D. BARCHIESI. *Numerical Study of Photoacoustic Pressure for Cancer Therapy*, in "Applied Sciences ", November 2016, vol. 6, n<sup>o</sup> 11, 357 p. [DOI : 10.3390/APP6110357], <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01397515>
- [10] P. LAUG, F. GUIBAULT, H. BOROUCAKI. *Parallel meshing of surfaces represented by collections of connected regions*, in "International Journal of Advances in Engineering Software", 2016 [DOI : 10.1016/J.ADVENGSOFT.2016.09.003], <https://hal.inria.fr/hal-01387337>
- [11] A. LOSEILLE, F. ALAUZET, V. MENIER. *Unique cavity-based operator and hierarchical domain partitioning for fast parallel generation of anisotropic meshes*, in "Computer-Aided Design", October 2016 [DOI : 10.1016/J.CAD.2016.09.008], <https://hal.inria.fr/hal-01426152>

### Invited Conferences

- [12] M. A. PARK, J. J. KRAKOS, T. A. MICHAL, A. LOSEILLE, J. J. ALONSO. *Unstructured Grid Adaptation: Status, Potential Impacts, and Recommended Investments Towards CFD 2030*, in "AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA AVIATION Forum", Washington DC, United States, 2016 [DOI : 10.2514/6.2016-3323], <https://hal.inria.fr/hal-01438667>

### International Conferences with Proceedings

- [13] J.-R. DE DREUZY, G. PICHOT, P. LAUG, J. ERHEL. *Flow simulation in 3D Discrete Fracture Networks*, in "The XXI International Conference Computational Methods in Water Resources", Toronto, ON, Canada, June 2016, <https://hal.inria.fr/hal-01387391>
- [14] P. LAUG, H. BOROUCAKI. *Discrete CAD model for visualization and meshing*, in "International Meshing Roundtable", Washington, DC, United States, September 2016, <https://hal.inria.fr/hal-01387348>
- [15] P. LAUG, H. BOROUCAKI. *Geometric Modeling of CAD Surfaces*, in "20th IMACS World Congress", Xiamen, China, December 2016, <https://hal.inria.fr/hal-01387398>

### Conferences without Proceedings

- [16] S. BADREDDINE, L. GIRAUD-MOREAU, A. BOULIFA, A. CHEROUAT. *Etude expérimentale et numérique des efforts lors du formage incrémental de tôles en titane*, in "JET 2016", Hammamet, Tunisia, May 2016, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01446344>
- [17] S. BADREDDINE, L. GIRAUD-MOREAU, A. CHEROUAT. *Optimisation of the single point incremental forming process using surface method and Evolution Strategy*, in "ICOMP'2016", Liège, Belgium, May 2016, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01446340>

- [18] L. GIRAUD-MOREAU, A. CHEROUAT, A. MERAT. *Numerical en Experimental study of the single point incremental forming of titanium sheet*, in "35th International Deep-Drawing Group Conference", Roissy-en-France, France, June 2017, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01437756>
- [19] S. ZHU, A. CHEROUAT, H. BOROUCIHI. *3D Reconstitution and Simulation of Aluminum Foams*, in "8th IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control", Troyes, France, UTT, June 2016, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01436463>

### **Scientific Books (or Scientific Book chapters)**

- [20] A. LOSEILLE. *Unstructured Mesh Generation and Adaptation*, in "Handbook of Numerical Methods for Hyperbolic Problems — Applied and Modern Issues", R. ABGRALL, C.-W. SHU (editors), Elsevier, 2017, pp. 263 - 302 [DOI : 10.1016/BS.HNA.2016.10.004], <https://hal.inria.fr/hal-01438967>

### **Research Reports**

- [21] F. ALAUZET, A. LOSEILLE, G. OLIVIER. *Multi-Scale Anisotropic Mesh Adaptation for Time-Dependent Problems*, Inria Saclay - Ile-de-France, June 2016, n<sup>o</sup> RR-8929, 42 p., <https://hal.inria.fr/hal-01339326>

### **References in notes**

- [22] P.-G. CIARLET. *Basic Error Estimates for Elliptic Problems*, Ciarlet, P. G. and Lions, J. L., North Holland, 1991, vol. II
- [23] P.-J. FREY, P.-L. GEORGE. *Maillages. Applications aux éléments finis*, Hermès Science Publications, Paris, 1999